國立成功大學
機械工程學系
碩　士　論　文

壓力瓶在不確定因素下之構形最佳化設計

Reliability-Based Shape Optimization of a Pressure Tank under Random and Stochastic Environments

研 究 生：劉智豪
指導教授：詹魁元博士

中 華 民 國 九 十 七 年　六 月

壓力瓶在不確定因素下之構形最佳化設計

Reliability-Based Shape Optimization of a Pressure Tank under Random and Stochastic Environments

研 究 生：劉智豪　　Student: Chih-Hao Liu

指導教授：詹魁元博士　　Advisor: Dr. K.Y. Chan

國立成功大學

機械工程學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering

National Cheng Kung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Dept. of Mech. Eng.

June 2008

Tainan, Taiwan

中華民國九十七年 六月

壓力瓶在不確定因素下
之構形最佳化設計

學生：劉智豪　　指導教授：詹魁元博士

國立成功大學機械工程學系

摘　　要

本研究將探討壓力瓶在動態及與靜態的不確定因素影響下之可靠度最佳化設計。壓力瓶在RO逆滲透系統中是一重要元件，不但可儲存過濾後之純水也利用高壓隨時提供使用端充沛水量。然而製造及使用過程中的種種不確定因素，如加工的優劣及水壓的穩定性，導致最後設計可靠度不高，因此，本研究將壓力瓶兩本體間的焊接處強度視爲隨機變數，並將施加於壓力瓶內側的水壓視爲不確定因素的主要來源，期望壓力瓶在面臨破壞的狀況下仍舊可以保有90%以上的可靠度。

爲了進行壓力瓶的可靠度最佳化設計，壓力瓶的幾何尺寸必須先加以參數化，並將其視爲壓力瓶構形最佳化設計中的設計變數。設計優劣的評估，乃藉著建立反應曲面來近似於耗費資源的有限元素分析法。研究資料中顯示，高斯分佈足以適當的代表在壓力瓶上下半部之間焊接處強度的變化，而壓力負載的不確定因素則可用馬可夫鏈來模擬。以上所提到的模型均整合成一個同時具有與動態及與靜態的可靠度最佳化問題。爲了詮釋動態系統限制式的可靠度，本研究使用第一次破壞時間(first passage time)及破壞率(crossover rate)的概念，並且比較其中的差異，而最終最佳化的結果，不僅僅能滿足可靠度要求同時與現今設計相比材料用量減少了高達46%。

Reliability-Based Shape Optimization of a Pressure Tank under Random and Stochastic Environments

Student: Chih-Hao Liu Advisor: Dr. K.Y. Chan

Department of Mechanical Engineering
National Cheng Kung University

ABSTRACT

Reliability-based design of a pressure tank under time-independent random and time-dependent stochastic uncertainties is considered. This pressure tank is an essential element in a reverse osmosis (RO) filtration system for storing filtered water and providing a useable flow rate from the faucet outlet. In this study, we consider the randomness in the welding strength between the upper and lower tanks, and the stochastic pressure applied to the inner surfaces of the tank as the main sources of uncertainty. A pressure tank with 90% reliability against fracture failure is desired.

To enable the re-design of the pressure tank, the geometry is parametrized and then used as design variables in a shape optimization scheme. Kriging models are created to approximate the expensive finite element analyses in accessing the performances of each design. The uncertainty model of the welding strength between the upper and lower tanks is found to be well represented by a Gaussian distribution. The stochastic behavior of the pressure loading is modeled by a Markov-chain process.All models are integrated in a reliability-based design optimization problem formulation that has both time-independent and time-dependent reliability constraints. The first passage time and crossover rate are considered in the time-dependent reliability constraint and results of different constraint formulations are compared. The final optimal design satisfies all reliability constraints and reduces the material usage by as many as 46% comparing to the original design.

誌　　謝

承蒙恩師 詹教授魁元兩年來的殷切指導與鞭策，不厭其煩的給予研究方向上的指引，並於本文撰寫時多次逐字斧正，提供修正與建議，使本文得以順利完成，兩年來恩師在研究精神的啓發與爲人處事的薰陶，使我獲益良多，師恩浩瀚，永誌於心。

感謝陳教授家豪與藍教授兆杰於觀念上的指導與文字上的指正，使得本論文更臻完善。

感謝系統最佳化設計實驗室的岱璟、彥智、東信、凱勛、昱達、俊余、淳民、琇雯、勝昌，同窗偉翔、永仁、佑祉、均諭、燕亭、宜成、旺志在研究過程中給予的指導、幫助、扶持和鼓勵。

最後僅以本論文獻給我最敬愛的家人，感謝他們多年來的支持、體諒與照顧使我能在無憂無慮的環境下順利完成學業。並感謝眾多好友，在求學過程中的支持與陪伴，使我順利度過求學階段並完成研究工作。

目　　錄

書名頁 i
中文摘要 ii
英文摘要 iii
誌謝 iv
目錄 v
表目錄 viii
圖目錄 ix
符號說明 xi
第一章、簡介 1
1.1 RO逆滲透系統 1
1.2 水錘現象 2
1.3 壓力瓶原始設計及本次研究目標 3
1.4 不確定因素來源 4
1.5 一般最佳化與可靠度最佳化 5
1.5.1 一般最佳化 5
1.5.2 可靠度最佳化 5
1.6 研究動機與目的 6
1.6.1 研究動機 6
1.6.2 研究目的 7
第二章、設計流程與問題建模 8

2.1 可靠度最佳化設計流程的一般概念 8
2.2 壓力瓶之最佳化設計流程 10
第三章、反應曲面之建立 15
3.1 何謂反應曲面及各種反應曲面優缺點 15
3.1.1 何謂反應曲面 15
3.1.2 回歸分析 16
3.1.3 類神經網路 17
3.2 kriging反應曲面 20
3.2.1 kriging反應曲面原理 20
3.2.2 拉丁方格取樣法 21
3.3 壓力瓶所建立的kriging 反應曲面及誤差 25
第四章、不確定因素之模擬 30
4.1 以隨機變數模擬不確定因素 30
4.1.1 何謂隨機變數 30
4.1.2 常用機率分佈 30
4.2 以隨機過程模擬不確定因素導入時間的概念 36
4.2.1 何謂隨機過程 36
4.2.2 隨機過程的種類 37
4.3 隨機變數及隨機過程在壓力瓶之應用 40
4.3.1 焊接點強度的模擬 41
4.3.2 加壓過程的模擬 41
第五章、可靠度分析 43

5.1 可靠度分析理論 43
5.1.1 靜態隨機變數的可靠度理論 43
5.1.2 動態隨機變數的可靠度理論 44
5.2 以蒙地卡羅法建議之三種可靠度最佳化數學模型 47
5.3 解析解與蒙地卡羅法 48
5.3.1 蒙地卡羅法 48
5.3.2 針對高斯分佈之解析解 49
第六章、最佳化結果與討論 52
6.1 三種題型最佳化數值結果與構形 52
6.2 數值結果比較與分析 53
6.2.1 限制式的難易度 53
6.2.2 材料用量改善率 56
6.2.3 應力值改善率 56
6.2.4 影響限制式最主要的因素 57
6.2.5 三種題型中最佳解題模式 58
6.3 研究改進方向 58
第七章、討論與建議 60
7.1 本研究之貢獻 60
7.2 建議事項 61
7.3 未來研究方向 63
參考文獻 64
自傳 69

表　目　錄

2.1 壓力瓶之設計變數定義及設計範圍 12

3.1 5×5拉丁方格設計 21

3.2 最大應力值kriging反應曲面系統參數(Matlab原始檔參見附錄一) . . . 26

3.3 焊接處最大應力值kriging反應曲面系統參數 27

3.4 最大應力反應曲面之誤差項列表 28

3.5 焊接點應力應力反應曲面之誤差項列表 28

6.1 壓力瓶最佳化設計及可靠度數值(Matlab原始檔參見附錄二) 53

6.2 原設計點與最佳解利用第一次破壞時間與破壞率計算之破壞率 54

6.3 原設計點與最佳解利用第一次破壞時間與破壞率計算之破壞率 56

6.4 壓力瓶在230psi壓力下應力值改善率 57

圖　目　錄

1.1 逆滲透過濾系統裝置圖 2

1.2 由Pro-E繪製的壓力瓶模型組合圖 3

2.1 逆滲透過濾系統裝置圖 8

2.2 壓力瓶簡化零件圖 11

2.3 壓力瓶之設計變數 12

3.1 類神經網絡方塊圖 17

3.2 類神經元模型圖 18

3.3 方程式(3.14)圖形 23

3.4 20個樣本點取樣結果 23

3.5 20個樣本點建立之kriging反應曲面 24

3.6 50個樣本點取樣結果 24

3.7 50個樣本點建立之kriging反應曲面 25

3.8 最大應力值kriging反應曲面30個樣本點誤差 29

3.9 焊接處最大應力值kriging反應曲面30個樣本點誤差 29

4.1 高斯分佈機率密度函數圖 31

4.2 高斯分佈的累積分佈函數圖 31

4.3 韋伯分佈機率密度函數圖 32

4.4 韋伯分佈的累積分佈函數圖 33

4.5 對數高斯分佈機率密度函數圖 34

4.6 對數高斯分佈的累積分佈函數圖 35
4.7 指數分佈機率密度函數圖 35
4.8 指數分佈的累積分佈函數圖 36
4.9 三度空間的分子布朗運動圖 37
4.10 焊接點強度的模擬圖 41
4.11 理想與實際加壓過程的示意圖 42

5.1 應力輸出與材料強度圖 44
5.2 應力臨界值與第一次破壞時間 46
5.3 利用壓力臨界值計算可靠度 51

6.1 壓力瓶之可靠度最佳化設計 52

符 號 說 明

a	回歸分析中之常數
b	回歸分析中之回歸係數
u	類神經網路之偏移值
D	布朗運動之擴散係數
D_{safe}	安全區域
E	期望值
f	反應曲面的近似項
f	最佳化之目標函數
f_X	X的機率密度函數(PDF)
F_X	X的累積分佈函數(CDF)
G	最佳化之限制式
$\mathbf{I}$	kriging反應曲面之單位矩陣
N	破壞事件發生之數目
p	設計參數
$\mathbf{P}$	隨機設計參數
P_{fail}	壓力臨界值
Pr	機率
P	壓力
$\hat{\text{P}}$	壓力預測值
p_f	破壞機率

R_e	可靠度
$\mathbf{R}, \mathbf{r}$	kriging反應曲面之計算矩陣
$S_{\max}(t)$	t時間應力值
S^T	材料強度
S	類神經網路之加法單元
v^+	t時間之破壞率
$\mathbf{x}$	設計變數
X	呈現機率分布狀態之變數
$\mathbf{X}$	隨機設計變數
$\hat{y}$	反應曲面
Z	kriging反應曲面之偏移項
k	韋伯分佈之形狀參數
ε	反應曲面的誤差項
φ	類神經網路之活化函數
μ_{X}	隨機設計變數X之平均值
μ_{P}	隨機設計參數P之平均值
σ	高斯分佈之平均值
μ	高斯分佈之標準差
ρ	布朗運動之機率密度函數
λ	韋伯分佈之尺度參數
η	卜瓦松過程之抵達率
τ	卜瓦松過程之時間間隔

τ^1	第一次破壞時間
ψ	指數分佈之速率參數

第 一 章　簡介

1.1　RO逆滲透系統

近年來環境污染事件層出不窮 [1]，水源區因被傾倒垃圾、廢棄物及大量飼養豬、鴨而使得水源遭受污染，自來水廠爲了要使自來水符合衛生要求，也增加了消毒藥劑用量（如氯）。雖然水公司再三強調只要煮沸後便可安心飲用，但一般民眾除了感覺自來水口感不好外，看著壺底積著一層的白垢，總還是會覺得放心不下。於是各種水質改善設備（如蒸餾水機、電解水機、微礦水機、RO 逆滲透機等等）如雨後春筍進入市場，供消費者選擇。其中RO淨水設備因較早均由國外進口，故價格較爲昂貴，近年來國產RO淨水設備大量生產使其價格大幅下降，而迅速竄升爲家庭中普遍使用的水質改良設備。

何謂RO逆滲透系統 [2]，首先先從滲透說起，滲透(osmosis)是以一半透膜隔開兩種不同濃度的溶液，若溶液的溶質不能透過半透膜，則濃度較低一方的水分子會通過半透膜到達濃度較高的另一方，直到兩側的濃度相等爲止，此爲滲透。逆滲透(Reverese Osmosis、RO) 是在半透膜二側不同濃度溶液尚未達到平衡時，若在濃度較高的一方施予壓力，則濃度較低一側水分子滲透移動的速度，會因壓力逐漸增大而減緩。當此壓力達到某一程度時，溶液滲透現象將會停止，此時的壓力可稱爲該薄膜(Membrane)的 “滲透壓力(osmotic pressure)”。如果再持續增加該側壓力，則水分子會與一般滲透方向相反流動，而自高濃度一側流向低濃度一側，這種現象即稱爲「逆滲透」。

家庭所使用逆滲透飲水機即是在原水端加壓，使純淨水分子得以穿透薄膜產生純水，同時阻止各種雜質及有害物質穿透薄膜，並將這些含有雜質的廢水與以排放。濾水系統因採用逆滲透原理，導致無法在短時間內製造大量乾淨的飲用水，故須加裝壓力儲水瓶，以儲備過濾之水源，當使用者欲飲用時，再以100 psi壓力將水從壓力瓶中流出，裝置如圖1.1所示 [3]:

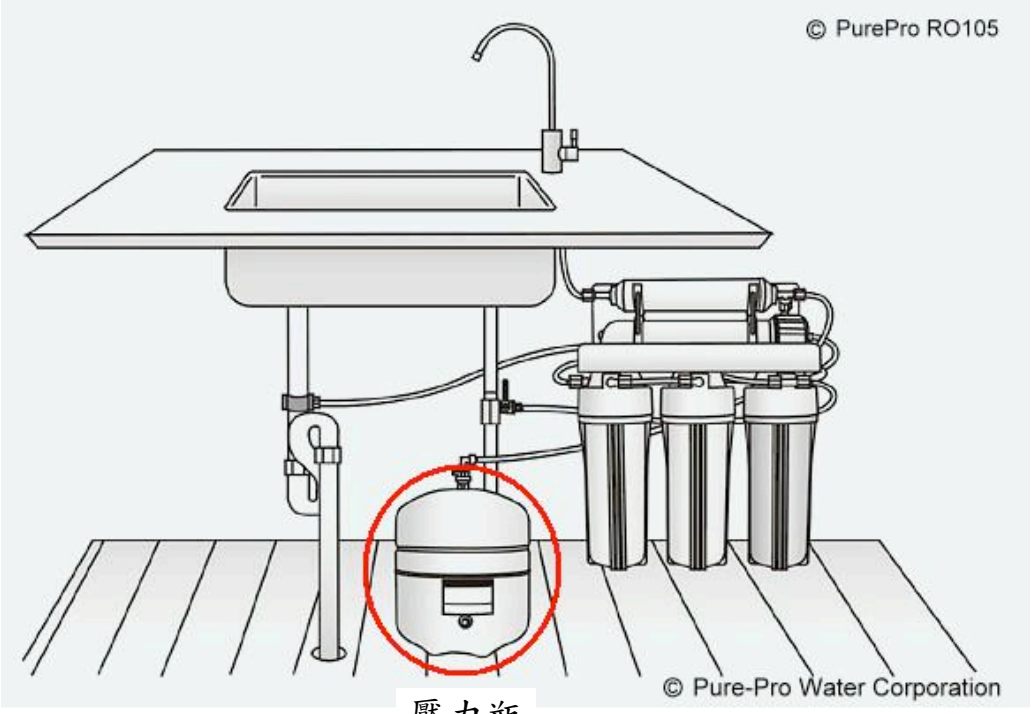

圖 1.1: 逆滲透過濾系統裝置圖

1.2 水錘現象

若將水龍頭的水量開大，然後隨即關閉，可聽到水管內會傳來巨大的響聲，有時甚至會造成水管強烈振動，這種現象稱爲「水錘」現象。水錘現象早已被廣泛研究 [4]，在水系統當中爲常見現象，原因在於水源不斷的流出，但是前方出口突然封閉，使得後方水波向前推擠，大量集中，形成水流密度突然升高，換句話說即是因爲水流通路忽然鎖死，但是水流仍然保有慣性，所以會造成能量的衝擊及回彈。

一般的住家及大樓，水路管線的施工品質一般都不甚仔細，而且水管本身的材質爲塑膠原料，外加時間老化的關係，當水錘現象的產生，往往會造成管路的破壞，所以跟水有關的系統，水錘現象絕對是必須注意的問題，RO逆滲透系統亦是。

1.3 壓力瓶原始設計及本次研究目標

本研究目標爲利用嚴謹的最佳化方法加上對不確定因素之考量，針對現有的壓力瓶進行構形設計。壓力瓶原始設計組合圖如圖1.2所示:

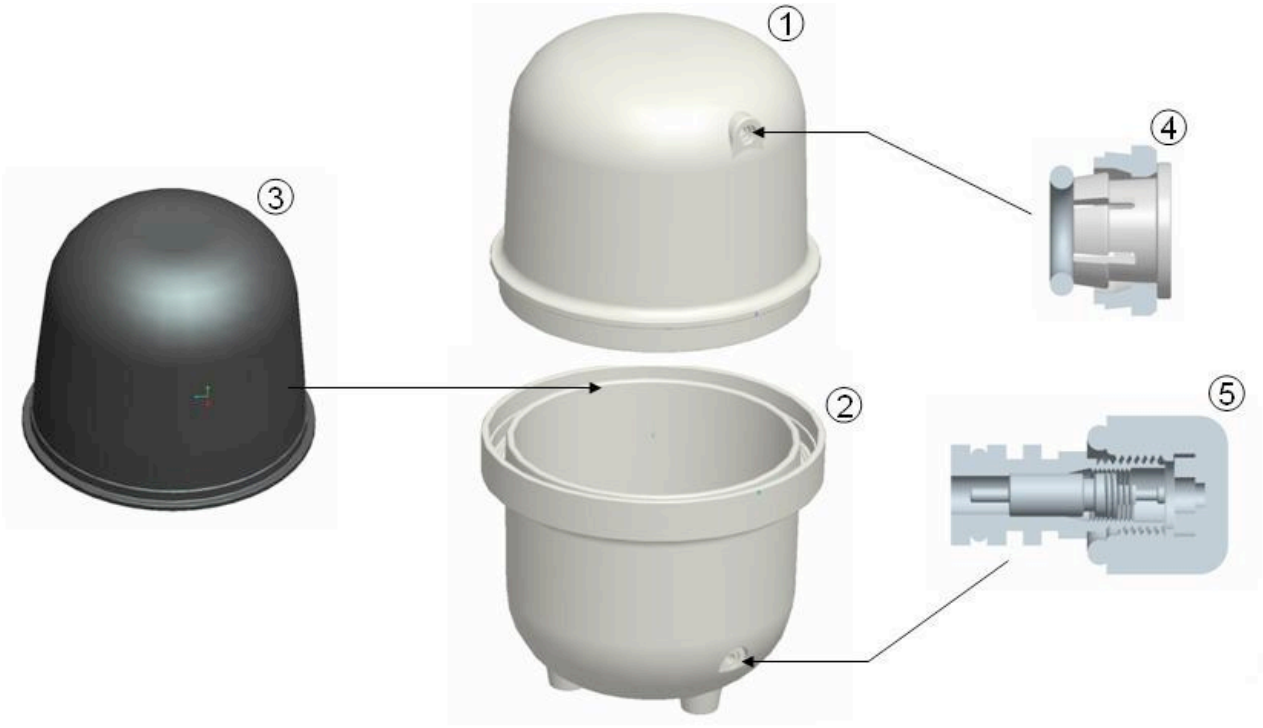

圖 1.2: 由Pro-E繪製的壓力瓶模型組合圖

圖1.2中可知壓力瓶的模型包含五個部份，1、2號分別爲壓力瓶上下半部、5號爲氣孔、4號爲進出水孔、3號爲橡膠內襯，壓力瓶的動作是由氣孔加壓擠壓內襯將過濾水從進出水口擠出。 當所加入之高壓使得壓力瓶耐壓強度不足時，可能導致爆破，造成使用者生命上的危害，然而欲提昇壓力瓶的強度，而增加材料用量，成本也相對提高。廠商爲瞭解壓力瓶的破壞模式，必須進行壓力瓶強度的測試，測試方法是在2.5秒內，將壓力瓶加壓至230psi，現行的設計，在此一動態加壓過程下，程式的模擬之下可靠度僅有60%，且材料的用量太多，故期望改善現有設計。 本次研究主要目的爲探討如何以最少的塑膠原料，設計出耐壓性高之壓力瓶構型，以達到最低成本與最大強度要求，在不考慮不確定因素下，這是一般最佳化問題。

1.4 不確定因素來源

一般設計常見的不確定因素可分爲:

- 氣候因素：大自然的氣候，瞬息萬變，天氣有可能是大太陽、刮大風、下大雨或溼冷難耐，而天候的改變會影響到溫度、氣壓、溼度、粉塵粒子等因素，就可能造成熱漲冷縮、電路短路、能見度不佳等不良狀況發生，進而影響系統的穩定性。

- 人爲因素：人都是獨立的個體，所以每個人的工作技能、體力及集中力都不一樣，故製造產品、操作儀器、進行實驗時，每樣產品及實驗結果都或多或少會不同，所以人爲因素也是一樣無法控制的因素。

- 時間因素：時間最大的影響，就是會造成物件的老化，水系統管線如是 [5]，任何的物件一旦經過長時間的使用，必定會產生磨耗或是材質的劣化，所以工程師無法百之百的評估物件的使用壽命或是破壞的機率，故時間所造成的影響也是一項不確定因素。

在本研究中，壓力瓶在進行壓力測試或是在一般儲水狀態中，可能會受到溫度熱脹冷縮的影響，或是過濾水在水管正常流動時人爲操作突然將水止住，因慣性作用而使得能量回彈至整個系統造成水錘現象，均使得壓力會有劇烈跳動的狀況產生，而非理想的定值或線性增加，此外每一個壓力瓶在製造的過程中，也會因爲機械及人爲操作的誤差，使得上下瓶焊接處的強度都不盡相同有時甚至會有焊接失敗的狀況產生，在考量這些不確定因素下，可靠度最佳化的問題就應運而生。

1.5 一般最佳化與可靠度最佳化

1.5.1 一般最佳化

最佳化行之有年 [6]，一般最佳化問題中，設計者會針對某特定目標進行改善例如重量或是成本，此即稱目標函數，但是設計者不可能無下限減低產品的重量，這受到強度及安全上的要求限制，成本也會受到現實狀況的考量而有最低下限，這些限制即稱爲拘束條件。欲在滿足拘束條件卻又能將目標函數最小化的過程就稱爲最佳化，數學方程式如式(1.1)所示:

$$\begin{aligned} &\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \\ &\text{s.t. } \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

f是目標函數，**G**是限制式，**x**是設計變數，**p**是設計參數，計算過程中保持定值稱設計參數，而會因疊代過程而隨之改變稱設計變數。

1.5.2 可靠度最佳化

一般最佳化並不探討不確定因素，但日常生活中，設計變數會往往會受到不確定因素影響，而將不確定因素帶入最佳化的過程中便是可靠度最佳化的首要目標 [7–9]。

當設計變數呈現機率分佈的狀態，若該機率分佈狀態不隨時間而改變，則該變數稱爲隨機變數，這是一般的靜態系統，此外某些考量不確定因素的設計變數其機率分佈會隨著時間的不同而改變，此稱爲隨機過程，這會使系統轉變成動態系統，進而增加問題的複雜度，而且不同型態的隨機過程，對時間會呈現不同的分佈狀況，如果要將動態系統納入可靠度最佳化的問題 [10,11]，選擇適當描述隨機過程的模型是非常重要的一環。

也因隨機變數及隨機過程的出現，將造成目標函數值呈現某種程度的分佈狀況，難以比較目標函數值的大小，所以必須選擇一個具有代表性的數值表示目標函數值，一般取期望值來代表。

隨機變數及隨機過程的出現，也造成拘束條件並非完全滿足或是不滿足，而

是有某種程度上的機率使得拘束條件成立，故引入機率的概念在可靠度最佳化的拘束條件中，當然拘束條件成立的機率，不能太低，所以加入一個可靠度當此機率的下限值，可靠度最佳化數學方程式如式(1.2)所示:

$$\begin{aligned} &\min_{\mathbf{x},\mu_{\mathbf{X}}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mu_{\mathbf{X}}, \mathbf{p}, \mu_{\mathbf{P}}) \\ &\text{s.t. } P_r[\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{X}, \mathbf{p}, \mathbf{P}) \leq 0] \geq R_e \end{aligned} \tag{1.2}$$

f是目標函數，**G**是限制式，**x**是設計變數，**p**是設計參數，**X**是包含不確定因素的設計變數，**P**是包含不確定因素的設計參數，$\mu_{\mathbf{X}}$是**X**的平均值， $\mu_{\mathbf{P}}$是**P**的平均值，R_e 是可靠度。

1.6 研究動機與目的

1.6.1 研究動機

- 研究動機一：眞實問題的複雜度會造成最佳化的效率無法提昇

  時間不足是計畫中常會遭遇的問題，一般結合工程實務的最佳化設計，往往會因爲工程進度的關係，進而產生時效上的限制，但工程問題的實際模型，大都非常複雜，計算起來需要耗費相當多的電腦資源及時間，更何況是進行最佳化設計。在工程實務上，降低成本是最重要的，而時間就是金錢，但是最佳化的過程需要耗費大量的時間及資源造成成本的支出，甚至導致整個計畫延宕及失敗，故如何有效率的最佳化便是一重要的問題，所以提出使用反應曲面來解決效率的問題。

- 研究動機二：簡化模型眞實性不足造成應用性不高

  在最佳化問題中，爲了降低問題的複雜度及電腦的計算量，最常用的方式便是簡化模型，這往往會造成模型眞實性不足的問題。此外在自然界中，許多的變數往往都包含著不確定因素，當分析問題時，爲了簡化模型，忽略不確定因素以及不重要的因素，也會使得設計者無法一虧這些因素所造成的影響，倘若考量不確定因素便可以提高問題的解答的應用範圍，所以提出隨機變數來模擬不確定因素，以增加模型與眞實現象之間的相似性。

- 研究動機三:工程問題大都爲動態系統

  時間本身也是一重要因素，一般的工程問題，很難是靜態系統，系統大都會隨著時間而改變，換言之，會影響系統的變數，很多都是會隨著時間而改變，但是可靠度最佳化的問題，往往忽略時間這項因素，缺少了這項考量，便無法評估時間對系統的影響，若考量時間因素就可以提高可靠度最佳化設計的應用範圍，同時也能預測系統在未來時間的發展性，所以提出隨機過程來模擬動態系統。

1.6.2 研究目的

- 目的一：提昇可靠度最佳化的效率

  在短時間內電腦設備並無法大幅改善計算的速度，故期望藉由提出利用反應曲面求解的最佳化結構，降低電腦的計算量，以達成提昇效率、縮短時間的目的，讓最佳化的時程得以趕的上計畫的時效限制。

- 目的二：提昇模型的眞實性

  本研究期望能探討不確定因素造成的影響，進而眞實的模擬現實世界中各項包含不確定因素的變數例如溫度、壓力、尺寸等，此外也期望能夠探討時間這項因素所造成的影響，讓可靠度最佳化的分析不光是應用在靜態系統，也能使用在動態系統。

第 二 章　設計流程與問題建模

2.1　可靠度最佳化設計流程的一般概念

圖2.1顯示可靠度最佳化設計的流程，步驟如下所示:

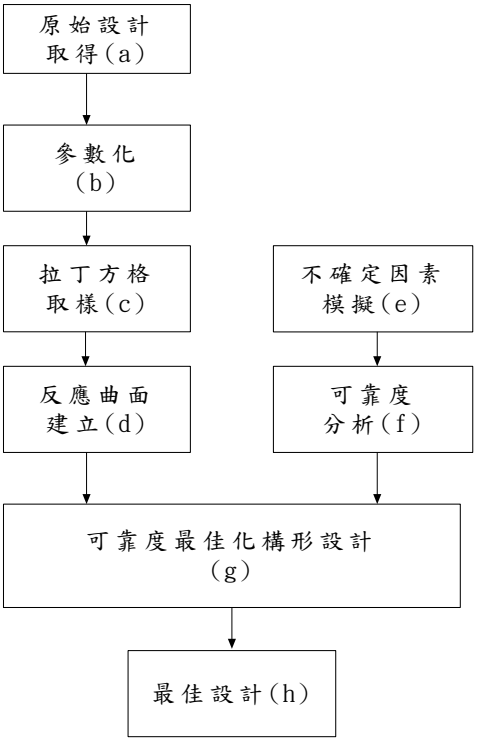

圖 2.1: 逆滲透過濾系統裝置圖

- 步驟a：原始設計取得

  在取得原始設計之後，首先要就是清楚的定義研究的方向，即是定義目標函數，目標函數就是用來評估設計好壞的指標，也就設計者欲改善的目標，一般而言，可能是成本、耐用度、結構最大應力值等等，接著再定義拘束條件，拘束條件可能是因爲幾何形狀上的限制或是因爲安全上的需求也有可能是現行科技上無法達成的技術所導致，這步驟也就是定義設計需要滿足的限制與要求。

- 步驟b：參數化

  接著就是評估系統的設計變數，換言之也就是定義影響系統目標函數的數項因素，第一次所選出的變數越多越好，才能透徹的觀察整個系統，但是這樣卻會導致系統過於複雜，超越了現行電腦或是研究的能力範疇之外。故接下來進行模型的簡化，淘汰影響不大的因素，保留重要的因素，便可降低電腦的計算量。

- 步驟c：拉丁方格法取樣

  利用原始模型來求取數個樣本點，樣本點必須均勻的分佈在系統空間上，樣本點才能顯現系統的走向，而使用這些樣本點所建立的反應曲面與原模型之間才會有極高的相似度也才具有代表性。爲使樣本點平均分佈故使用拉丁方格取樣法來安排取樣的設計 [12,13]，原始模型通常複雜耗費時間，所以取樣的數目必須在設計者能力範圍之內。

- 步驟d：反應曲面的建立

  下一步，利用樣本點來建立反應曲面，也就是尋找設計變數與目標函數之間的關係，建立數學模式較爲簡單但結果誤差卻在合理接受範圍以內的反應曲面，以增進計算的效能，在文獻中也曾有反應曲面應用在產品改善的實際應用 [14]。

- 步驟e：不確定因素的模擬

  在同時，分析所欲使用的設計變數，是否具有不確定因素與動態系統的特性，將這些設計變數使用適當的隨機變數及隨機過程的模型來描述。

- 步驟f：可靠度分析

  再將這些設計變數所影響的拘束條件帶入機率的概念以進行 可靠度的評估。

- 步驟g：可靠度最佳化構形設計

  利用matlab程式進行可靠度最佳化構形設計。

- 步驟h：最佳設計

  最終最佳化的結果在不確定因素影響之下都會是個可靠的解答。

2.2 壓力瓶之最佳化設計流程

以壓力瓶爲實例流程說明如下:

- 步驟a：原始設計取得

  在取得壓力瓶的原始設計後，評估廠商需求，決定以壓力瓶用料爲目標函數，同時壓力瓶的破壞會發生在最大應力集中處及焊接處，故以最大應力及焊接處的應力必須滿足材料強度爲限制式。

- 步驟b：參數化

  接著必須進決定壓力瓶的設計變數，一組好的設計變數能夠明確的代表一個獨一無二的壓力瓶，爲了產生一組好的最佳化解答，這組設計變數必須能夠捕捉到設計上比較細節的地方，模型會較具有代表性與眞實性，然而隨設計變數越來越多，在最佳化的過程中難度也會越來越高，在執行參數化的時候，設計者必須在變數數目與最佳化效率之間做一個權衡。

  接下來就必須簡化模型，由於本研究初步使用的分析軟體是ANSYS應力分析軟體 [15–17]，在使用ANSYS分析軟體過程中，有幾點必須注意的事項，這是使用的經驗法則:

  – 橡膠類的物品，結果不容易收斂，必須選用正確的元素，並取得橡膠的正確材料性質，並正確設定邊界條件才可能避免發散，若不影響分析，請將橡膠類的物品移除，以避免影響結果的收斂性。

  – 在繪圖軟體中繪製原始模型，不能有破面及線段的缺損與干涉，否則無法進行分析，這需要靠良好的硬體設備與繪圖的經驗來避免。

  – 不要有相對於分析本體相當小的零件，這樣ANSYS在網格化的時候，會產生相當小的網格，使得計算量增加，一般會將螺紋與小零件移除避免過度的網格化。

  – 去除不必要的導角與零件，若評估該零件存在與否不影響分析結果，便可進行簡化移除，這樣可減少電腦計算量。

  – 單位必須換算一致。

根據這些經驗法則，將橡膠內襯、進氣孔、出水孔全部移除，此外並將焊接處非常複雜的幾何形狀改變成爲單純的水平焊接， 簡化部份如圖2.2所示，簡化後的模型剖面圖如圖2.3所示:

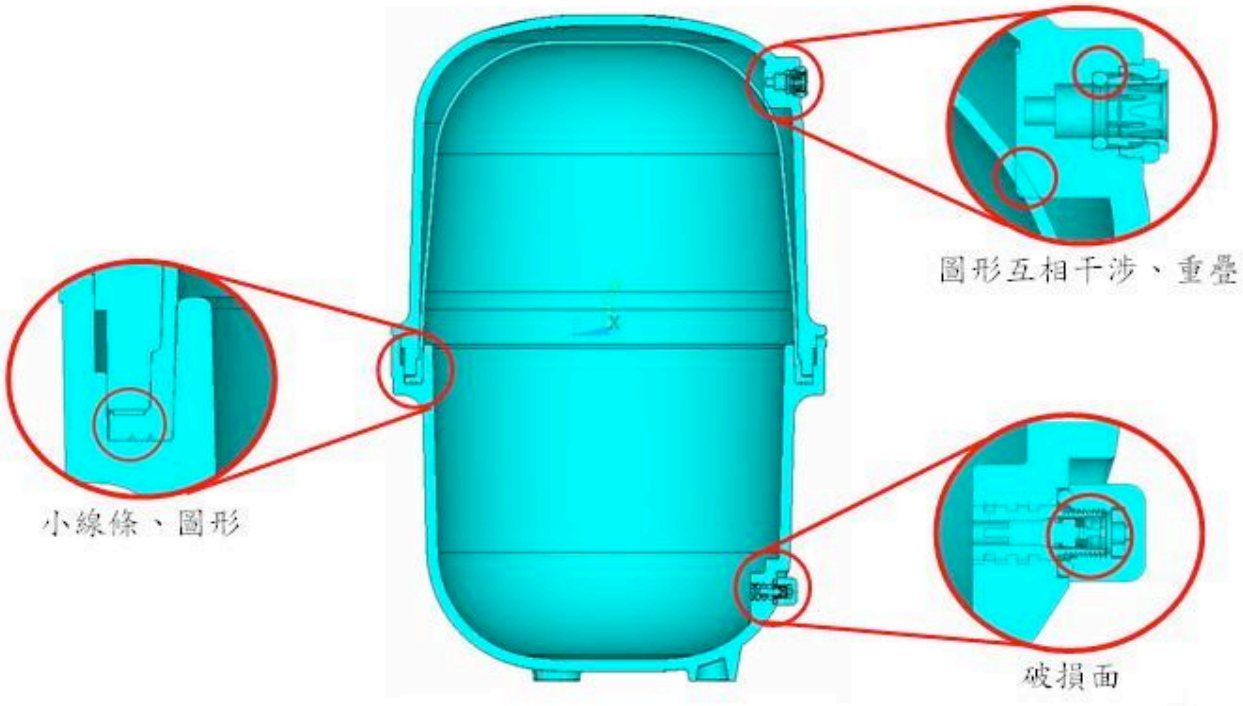

圖 2.2: 壓力瓶簡化零件圖

壓力瓶的設計變數選擇如圖2.3所示一共有八個幾何尺寸的參數， a是寬度，b是高度，z是厚度，r是壓力瓶圓角處的半徑，而這些定義的參數及其上下界的範圍都詳細列於式(2.1)及表2.1之中，且其中設計變數滿足式2.1關係:

$$\begin{aligned} r_1 &= n_1 \times a_1 \\ r_2 &= n_2 \times a_2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

表2.1中，共有八個壓力瓶的設計變數，但是其中因爲壓力瓶的上下蓋必須接合，所以a_1, a_2相依，而且此壓力瓶有另外一個限制，就是容積必須是四

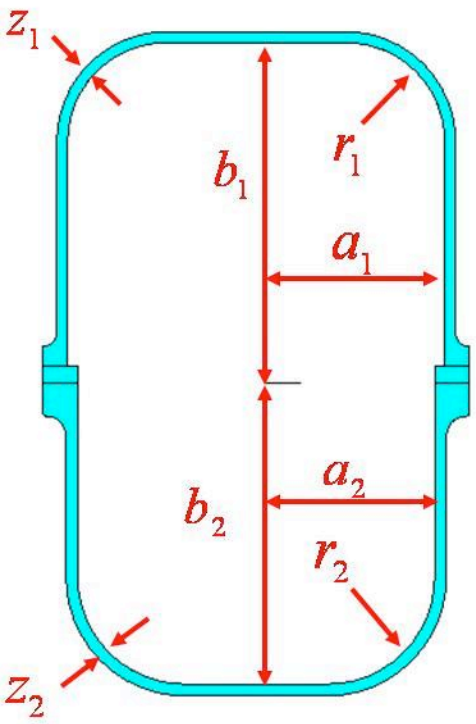

圖 2.3: 壓力瓶之設計變數

表 2.1: 壓力瓶之設計變數定義及設計範圍

設計變數	定義	範圍
a_1	上瓶內徑	90～130mm
a_2	下瓶內徑	90～130mm
b_1	上瓶高度	170～210mm
b_2	下瓶高度	170～210mm
z_1	上瓶厚度	3～7mm
z_2	下瓶厚度	3～7mm
n_1	上瓶內徑與圓徑之比例	0.6～0.9
n_2	下瓶內徑與圓徑之比例	0.6～0.9
r_1	上瓶圓徑	54～117mm
r_2	下瓶圓徑	54～117mm

加侖，所以b_1, b_2也是相依，所以這八個壓力瓶的尺寸變數只有六個是獨立的，每一組不同的參數值就代表著一個壓力瓶的設計。

- 步驟c：拉丁方格法取樣

  接著取得能提供原模型輸入及輸出之間關係的樣本點，這些樣本點是產生用來取代原來ANSYS分析模型的反應曲面所需要的資料，而樣本點的選擇會影響到反應曲面的準確度，反應曲面是在評估每次設計的優劣時爲了降低所需耗費的大量電腦資源所發展的理論，每一次的樣本點就必須一次完整的ANSYS程式模擬，較多的樣本點所建立的反應曲面比較與原模型之間相似度會較高，可是需耗費較多的電腦計算，此時當工程師在抉擇樣本數目時就必須在建立反應曲面的準確度與效率之間做一個權衡 [18]，而一旦樣本數目決定了之後，樣本點就必須平均分散在設計空間當中，這樣才能避免只有部份區域準確的反應曲面產生，在本研究當中，是使用拉丁方格法在整個設計空間中產生平均分佈的樣本點，本研究一共使用了97個7個自由度的樣本點，而這些樣本點的資料需要使用ANSYS分析軟體來產生， ANSYS分析採用以下步驟：

  – 選擇solid186元素，作爲分析的element
  – 建構模型
  – 輸入材質參數（此爲計畫保密部份）
  – 上下瓶以glue指令接合
  – 以四邊形及smartsize第六等級進行網格化
  – 在內側瓶壁，施加壓力
  – 將壓力瓶底層固定
  – 解題

  而這些ANSYS求出的樣本點（輸入）所對應的不同幾何尺寸的壓力瓶在受壓不同的狀況下所受應力（輸出）的關係，即是用來建立效率高的反應曲面，而有關於建立反應曲面的細節將在第三章討論。

- 步驟d：反應曲面的建立

  根據樣本點依據kriging理論建立反應曲面。細節將於3.2章介紹。

- 步驟e：不確定因素的模擬

  此後，便將焊接強度及水壓的不確定因素討論至整個設計流程當中，這些不確定因素將使用適當的隨機變數及隨機過程來模擬動態或是靜態系統。

- 步驟f：可靠度分析

  再將設計變數所影響的拘束條件代入機率的概念以進行可靠度的評估，而上述隨機理論將被用來計算壓力瓶的可靠度，這些可靠度分析將被整合在最佳化設計的過程而變成可靠度最佳化問題。

- 步驟g：可靠度最佳化構形設計

  接著利用MATLAB最佳化工具箱的FMINCON功能作爲本論文最佳化演算法則，FMINCON用來解決非線性方程式的原理是用'lm' — Levenberg-Marquardt，接著根據目標函數及限制式的要求進行設定，並根據設計變數的範圍定立設計空間，設定完成便可進行分析，最終最佳化收斂的條件是目標函數的差距在10^{-6}以下，也就是TolFun,＝1e-6。

- 步驟h：最佳設計

  最終最佳化的結果在不確定因素影響之下都會是個可靠的解答。

第 三 章　反應曲面之建立

3.1　何謂反應曲面及各種反應曲面優缺點

3.1.1　何謂反應曲面

電腦效能不足常是在最佳化的過程中遇到的問題，自然界的各種現象往往錯綜複雜，當設計者欲以一個模型，完整的描述一個現象，這個模型會非常的複雜，可是在最佳化的過程中，必須經過數十次的疊代過程，才能在設計空間中找出最佳值，可是每一次的疊代過程都是一次複雜的計算，需要耗費相當多的時間，可能是數天或是數個星期甚至數個月，爲了降低計算時間，反應曲面的概念便應運而生 [14]，一個好的反應曲面數學結構簡單，可以大幅縮小電腦計算的時間，同時具有誤差小的特性 [19]，誤差越小具有原模型的代表性就越高，在現今的文獻裡有幾種比較常用的反應曲面理論，分別是回歸分析 [20]、類神經網路 [21]、Kriging 反應曲面 [22,23]。

回顧之前的文獻，在最佳化的領域中，有一部分人使用反應曲面來進行最佳化，共有數種的反應曲面理論 [24]可供使用，然而在kriging反應曲面的部份，有相當多的文獻將其使用在工程範例的最佳化，但是大部分都是應用在靜態系統 例如:

- T.W. Simpson等人發展新型策略將kriging 反應取面應用在最佳化領域 [25]
- J. K. Park 等人將kriging反應曲面應用在熱流通道散熱孔的最佳化設計 [26]
- S. Sakata將等人kriging反應曲面應用在剛性薄板的最佳化設計 [27]
- K. H. Lee將等人kriging反應曲面應用在全域最佳化設計上 [28]

而kriging反應曲面鮮少是使用在動態系統之上，而本研究就是想要解決動態系統結合反應曲面的最佳化問題。

3.1.2 回歸分析

回歸分析法是定量預測方法之一。它依據是依據事件輸入與輸出之間的關系來預測事件未來的發展趨勢。其中常用的是一元線性回歸、多元線性回歸模型及非線性回歸模型。

- 一元線性回歸：

  一元線性回歸是指預測事件發展的輸入與輸出之間是呈現簡單的線性關系，它的模型可以表示爲

$$\hat{y} = a + bx \tag{3.1}$$

  其中$\hat{y}$是輸出也就是預測值，x是輸入，a是常數，b是回歸系數，這是線性回歸中最簡單的模型，不僅輸入與輸出因素少而且還是呈現簡單的線性關係，因爲模型簡單，所以建立模型需要的時間少，所許要耗費的電腦資源也少，但是此模型的誤差相對來說就會比較高，應用性也不高。

- 多元線性回歸：

  多元線性回歸是指一個輸出與多個輸入之間呈現線性關系。模型的一般型式爲：

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_nx_n \tag{3.2}$$

  其中，$\hat{y}$是輸出也就是預測值，$x_1, x_2, x_3.....x_n$是輸入，$b_1, b_2, b_3.....b_n$是回歸系數，a是常數，此爲線性回歸中較爲複雜的模型，輸入因素多，但是系統還是呈現簡單的線性關係，因爲模型簡單，所以建立模型需要的時間不多，所許要耗費的電腦資源也少，但此模型用以預測非線性程度較高的系統誤差相對來說還是偏高，只是因爲輸入的變數是多維度故應用層面較一元線性回歸模型來的好。

- 非線性回歸分析：

  非線性回歸分析是指預測一個輸出與多個輸入之間的關系是利用非線性模型來預測。模型的一般型式爲式(3.3)：

$$\hat{y} = f(x_i, \mathbf{p}) + \varepsilon_i \tag{3.3}$$

其中，$\hat{y}$是輸出即爲預測值，x_i是輸入，$\mathbf{p}$是設計參數，ε_i是誤差項，$f(x_i, \mathbf{p})$可以是二次式、三次式、指數、冪次函數等等，這是回歸分析中較爲複雜的模型，輸入因素多，而且系統還是呈現的非線性關係，因爲模型較爲複雜，所以建立模型需要耗費時間，但是此模型用以預測非線性程度較高的系統誤差相對來說比較精確，應用層面也比前二者來的高。

3.1.3 類神經網路

神經網路理論起源於1950年代，當時科學家仿造人類大腦的組織及運作方式而建立，人類的大腦由許多個神經細胞（nerve cells）組成，而每個神經細胞又有許多個突觸(synapses)與其他細胞互相連結成一個非常複雜的神經網路。當人類的感官受到外界刺激經由神經細胞傳遞訊號到大腦，大腦便會下達命令傳遞至相關的肌肉組織做出反應（例如:手的皮膚接觸到燙的物體立即放開），這樣的過程往往需要經由反覆的訓練，才能做出適當的判斷，並且記憶於腦細胞中。如果大腦受到損害（例如中風患者），便需要藉由復健的方式，重新學習。類神經網路的運作便源於此，藉由不同的演算法訓練類神經網路使得神經網路的輸出能達到要求的結果。

在工程領域中，若要精確的分析輸入與輸出之間的關係，則必須將系統藉由數學的方式建立模型。但是，實際的系統往往是複雜且非線性的，因此如何以數學的方式簡化系統，就成爲工程領域一重要課題。

類神經網路的一個優點在於並不需要瞭解系統的數學模型爲何，而直接以類神經網路取代系統的模型，一樣可以得到輸入與輸出之間的關係。其方塊圖如圖3.1所示，一個類神經元的模型顯示如圖3.2所示。

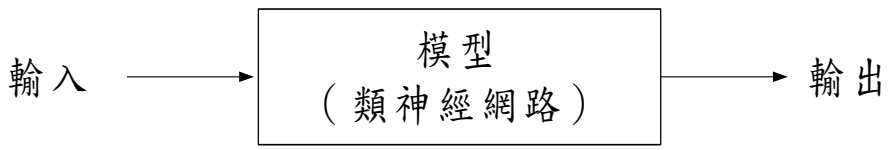

圖 3.1: 類神經網絡方塊圖

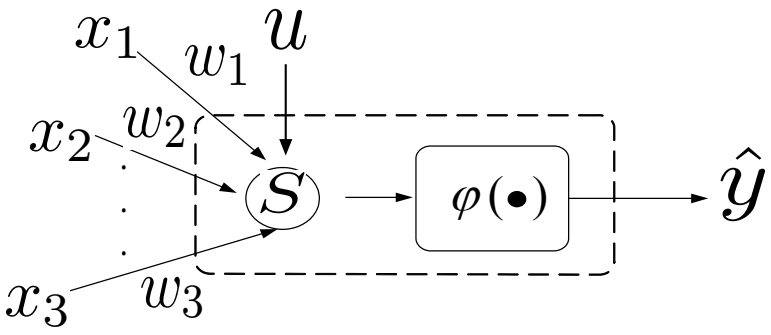

圖 3.2: 類神經元模型圖

類神經網路數學模型如式(3.4)所示 [21]:

$$\hat{y}(x) = \varphi\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + u\right) \tag{3.4}$$

- x：稱爲神經元的輸入（input）。
- w：稱爲比重(weights)，類神經網路的訓練就是在調整比重，使其變得更大或是更小，通常由隨機的方式產生介於+1到- 1之間的初始值。比重可視爲一種加權效果，其值越大，則代表連結的神經元更容易被激發，對類神經網路的影響也更大；反之，則代表對類神經網路並無太大的影響，而太小的比重通常可以移除以節省電腦計算的時間與空間。
- u：稱爲偏移值（bias），具有調整的效果。
- S：稱爲加法單元（summation），此部分是將每一個輸入與鍵結值相乘後做一加總的動作。
- $\varphi()$：稱之爲活化函數（activation function），通常是非線性函數，有不同的型式，其目的是將S的值做映射得到所需要的輸出。
- $\hat{y}$：稱之爲輸出（output），亦即所需要的結果。

學習率（learning rate），在類神經網路的建立中是一個非常重要的參數。學習率影響著類神經網路收斂的速度，若學習率選擇較大則類神經網路收斂的速度

將變得較快，反之，較小的學習率會使得類神經網路收斂速度變慢。選擇太大或太小的學習率對類神經網路的建立都有不良的影響。

當類神經網路經由樣本建立後，雖然類神經網路的輸出已經與所要求的數值接近，但對於不是樣本所產生的輸入，並不知道會得到何種輸出。因此，必須使用另一組類神經網路從未見過樣本進入到類神經網路中，測試其準確度，看看是否與所要求的值接近，而此樣本則稱之爲測試樣本（testing pattern）。準確度高是類神經網路中的一項優點，當類神經網路建立完成後，對於與樣本相近的輸入，類神經網路亦能給予一個合理的輸出，但是如果測試樣本與樣本的差異過大，類神經網路仍是無法給予正確的數值。

類神經網路優缺點如下條列:

- 優點：
  - 類神經網路可以建構非線性的模型。
  - 類神經網路有良好的應用性於未知的輸入亦可得到正確的輸出。
  - 類神經網路可以接受不同種類的變數作爲輸入，適應性強。
  - 類神經網路準確性高。
- 缺點：
  - 類神經網路以迭代方式更新鍵結值與閥值，計算量大，相當耗費電腦資源。
  - 類神經網路的解有無限多組，無法得知哪一組的解爲最佳解。
  - 類神經網路訓練的過程中無法得知需要多少神經元太多或太少的神經元均會影響系統的準確性，因此往往需以試誤的方式得到適當的神經元。

以回歸分析所建立的反應曲面，僅能處理比較線性的問題，在處理非線性的問題誤差比較大，然後類神經網路結構複雜，計算困難，但是當處理最佳化的問題的時候，需要計算速度快而且誤差小的反應曲面，才能夠提高效率，所以選擇能就解決這兩個問題的kriging 反應曲面。

3.2 kriging反應曲面

3.2.1 kriging反應曲面原理

反應曲面可用下列的公式來代表 [29]，$y(\mathbf{x})$是實際要預測的模型，$\hat{y}(\mathbf{x})$是之預測值，$\varepsilon(\mathbf{x})$是誤差項。

$$y(\mathbf{x}) = \hat{y}(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}) \tag{3.5}$$

Kriging 反應曲面 是由兩個部份所組成一是近似項$f(\mathbf{x})$，一個是偏移項$Z(\mathbf{x})$

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \tag{3.6}$$

$\hat{y}(\mathbf{x})$就是預測的模型，而$f(\mathbf{x})$是一方程式只能很概略的近似原來的模型通常是一個多項式，而在許多的範例中會以一個常數項β來表示 [21,30–32]，如果$f(\mathbf{x})$是項次越高的多項式，所建立的kriging 反應曲面準確度會越高，但是相對來所說建立反應曲面就必須耗費較多的時間，因爲模型的複雜度相對提高，爲何選擇常數項來當$f(\mathbf{x})$是因爲模型結構簡單，準確度又高，$f(\mathbf{x})$公式如式(3.7)所示:

$$\begin{aligned} f(x) &= \beta(\text{generialized least-square estimate}) \\ &= (\mathbf{I}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{I}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \end{aligned} \tag{3.7}$$

在此，$\mathbf{x}$是由n個變數組成的向量，$\mathbf{y}$是由m個樣本點的函數值所組成的向量，$\mathbf{I}$是$m \times 1$的單位矩陣，$\mathbf{R}$是$m \times m$的矩陣，每一個元素由$\mathbf{R}(x^i, x^j)$所構成，x^i,x^j分別是第i及第j個樣本點，矩陣如式(3.8)所示:

$$\mathbf{R}(x^i, x^j) = e^{\left(-\sum_{k=1}^{n} \theta_k |{x_k}^i - {x_k}^j|^2\right)} \tag{3.8}$$

而θ是一個需要求得的參數，精準的kriging 反應曲面需要適當的參數值，每一個設計變數都有一對應θ值，所以設計變數的數目與θ值的數目會一致。θ的求法，如式（3.9）(3.10)所示，argmin即是指滿足將大括號內的數值最小化的θ值即爲所求，故求取θ是需要經過一次最佳化的過程 [32]。

$$\theta = \text{argmin}\{|\mathbf{R}|^{\frac{1}{m}} \bullet \sigma^2\} \tag{3.9}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{I})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{I}) \tag{3.10}$$

$Z(\mathbf{x})$是偏移項，而隨著預測點離樣本點越來越遠，$Z(\mathbf{x})$會有所改變，而不同的θ值會導致$Z(\mathbf{x})$變化的速度改變，所以藉由調整誤差項及θ值就會產生精準的kriging 反應曲面，如式（3.11）所示:

$$Z(\mathbf{x}) = \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{I}) \tag{3.11}$$

$\mathbf{r}(\mathbf{x})$其中是$m \times 1$的矩陣，元素由$\mathbf{R}(w, x^i)$所組成如式（3.12）所示，其中w是預測點，x^i是第i個樣本點。

$$\mathbf{R}(w, x^i) = e^{\left(-\sum_{k=1}^{n} \theta_k |w_k - x_k|^2\right)} \tag{3.12}$$

如此所求得的方程式(3.13)就是一個完整的kriging 反應曲面

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \beta + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{I}) \tag{3.13}$$

也因爲kriging反應曲面有數學結構簡單、效率高、誤差低的特性所以在工程上也被廣泛的應用 [33,34]。

3.2.2 拉丁方格取樣法

表 3.1: 5×5拉丁方格設計

A	D	B	E	C
D	A	C	B	E
C	B	E	D	A
B	E	A	C	D
E	C	D	A	B

如表3.1所示，這是一個典型的二維平面拉丁方格的平面設計，A、B、C、D、E在平面上分別各有五個，在這個設計中我們可以發覺，這五個A的位置，都沒有在同一行或同一列上，而B、C、D、E如是，假設這個方格是一個二維設計空間，若因爲時效的關係，我們不能在所有設計空間的每一個部份都取樣建立模型，若要取少數的樣本點，拉丁方個法就是一個有效的方式，若取五個樣本點，那就可

以根據五個相同英文字的位置去取樣，這些樣本點的同一個維度都不互相重複，也可以涵蓋該維度的所有空間範圍 [35]。

取樣法步驟 若欲在二維空間中取10個樣本點，步驟如下所示：

- 將平面空間劃分成爲10x10的格子方陣。
- 在第一列任意排上 A-J的英文字，英文字不能重複。
- 然後在第二列以不同的排列組合排上A-J的英文字，但各行之間不得有重複的英文字。
- 依照此一模式，處理所有列。
- 如此就會有10組相同英文字的位置組合。
- 依照同一組英文字位置，取樣即完成。

舉一利用拉丁方格取樣法的kriging範例如下所示 [30]:

$$y = 2 + 0.01(x_2 - {x_1}^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 2(2 - x_2)^2 + 7\sin(0.5x_1)\sin(0.7x_1x_2) \quad (3.14)$$

假設僅有20、50個樣本點，請利用該樣本點做出 Kriging 反應曲面並比較此模型與原模型的差異。

在圖形3.3,3.4,3.5,3.6,3.7中可以觀察出，kriging 反應曲面的一些特性，當樣本數越多，建立的反應曲面越精準，越能相似於原模型。假設樣本點若是分佈於區域極大值或是區域極小值上則越能夠顯現原模型的圖形高低走勢。此外越靠近樣本點附近的點越精確，故當樣本數越少，樣本點分佈越不平均，預測點離樣本點的距離就會越大則誤差越高。若欲建立一準確之kriging 反應曲面則必須滿足樣本數多且樣本點分佈平均的條件。

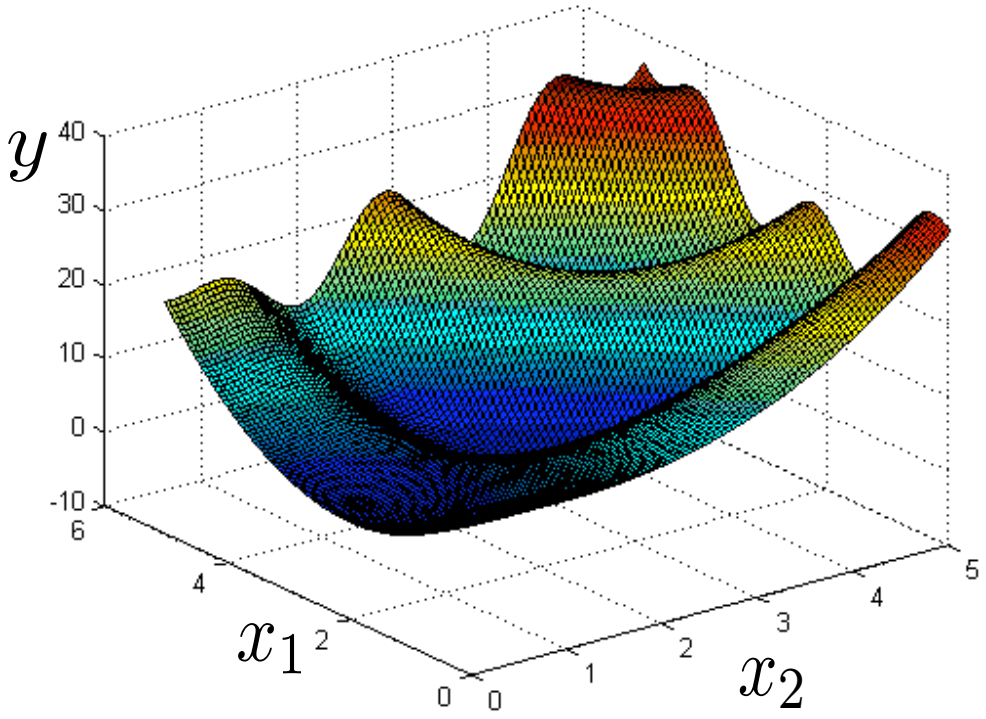

圖 3.3: 方程式(3.14)圖形

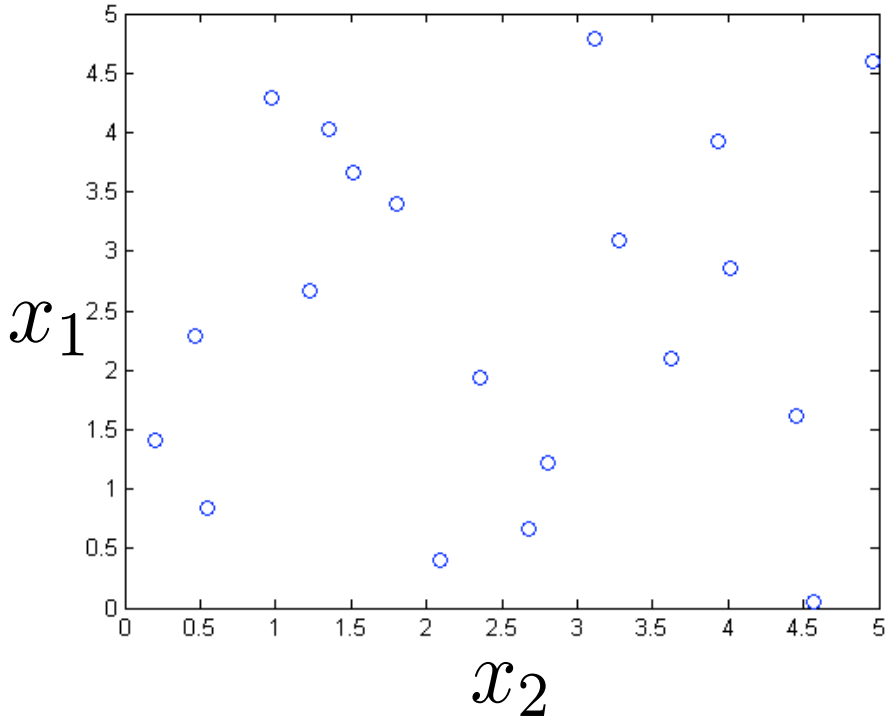

圖 3.4: 20個樣本點取樣結果

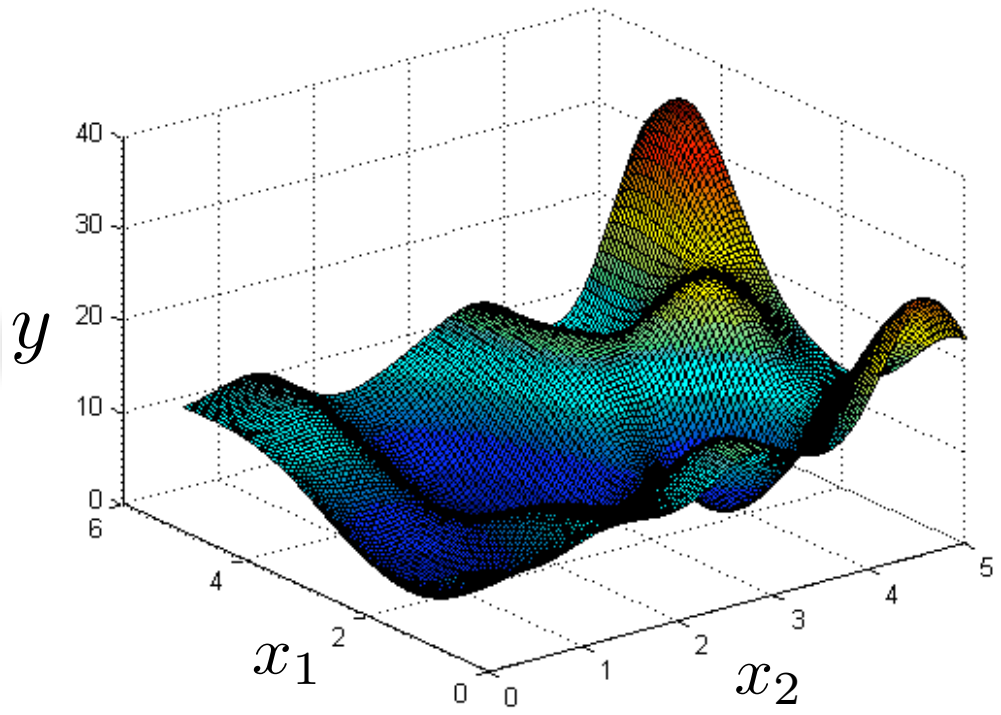

圖 3.5: 20個樣本點建立之kriging反應曲面

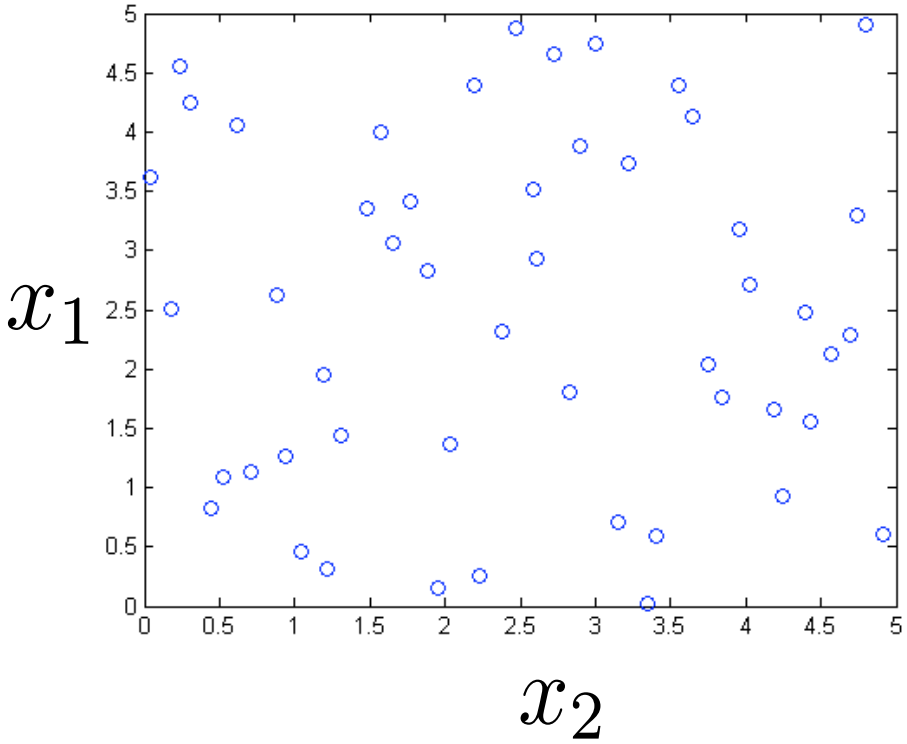

圖 3.6: 50個樣本點取樣結果

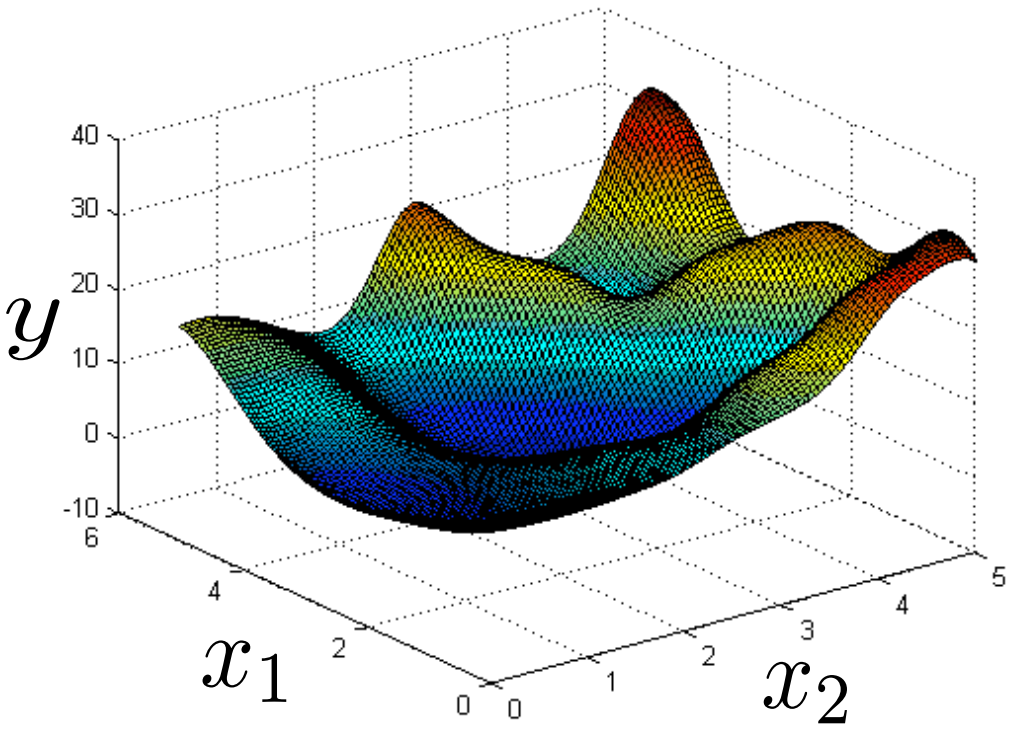

圖 3.7: 50個樣本點建立之kriging反應曲面

3.3 壓力瓶所建立的kriging 反應曲面及誤差

在使用kriging 反應曲面時，會遭遇下列問題:

- 樣本點的數目及分佈程度該如何決定

  取得一個樣本點就必須經過一次實際模型的分析，太多的樣本點會導致計算量大增效率不足，不足的樣本數會導致反應曲面精確度不高，所以在能力範圍內，盡量提高樣本數。kriging 反應曲面，因屬於interpolateing的模式，interpolateing指的是預測模型一定會通過樣本點，所以樣本點的預測值一定會和模擬值一樣，而在樣本點附近的點也會非常的準確，故樣本數越多，預測點與樣本點距離越近，預測值越準確，但是當取樣時候，每求取一個樣本點，就必須跑一次ANSYS模擬，連同繪圖的時間來計算，求取一樣本點必須耗費數個小時，所以不太可能取數百個樣本點來建立kriging 反應曲面，這就是所面臨的難題。

- 樣本數分佈不均，反應曲面誤差越大

  此外，樣本點分佈的越平均，越能夠預測整個系統的走向，如果樣本點只集

中在某一個區塊，那麼距離樣本點非常遠的預測點，甚至可能必須使用外差法，所以誤差值自然會很高，所以將樣本點平均分佈的確可以避免誤差過大，在此是使用七維的拉丁方格取樣法，取出97個樣本點。

- θ值的求取

  最困難的部份就是θ值的取得，求θ必須經過一次最佳化，而且θ必須是正值且不得爲0，另一個會影響的因素就是變數的scale，如果各個變數的大小範圍差距太太，會造成無用的θ值，此外要注意θ值必須不能讓矩陣產生奇異狀況出現，一旦發生，預測值準確性不高。

在壓力瓶的最佳化分析中，因使用ANSYS分析壓力瓶最大壓力值與焊接處最大壓力值太過於耗費時間，所以一共建立了兩個kriging 反應曲面 ，第一個是預測壓力瓶的最大應力值，一共取了97個樣本點，模型參數如表3.2所示：

表 3.2: 最大應力值kriging反應曲面系統參數(Matlab原始檔參見附錄一)

壓力瓶參數	對應Kriging參數	數值
常數項	β	199.73
a_2	θ_1	0.00302
b_2	θ_2	0.00279
z_1	θ_3	0.02251
z_2	θ_4	0.00279
n_1	θ_5	0.00999
n_2	θ_6	0.00287
pressure	θ_7	0.01309

另外一個是預測壓力瓶的焊接處最大應力值，一共取了97個樣本點，模型參數如表3.3所示：

由於kriging反應曲面樣本點誤差爲零，所以只好額外再取30個測試點來觀測實際值與預測值的誤差如圖3.8,圖3.9表示，並以圖表的方式來說明所建立kriging反應曲面的準確性，以這兩個圖形說明在焊接應力的地方，30個樣本點有22個點誤差在百分之十以下，在最大應力的部份30個樣本點有19個點誤差在百分之二十以下，所以說多數的點有如此的趨勢，而且誤差比較大的點如表3.4,表3.5所示，

表 3.3: 焊接處最大應力值kriging反應曲面系統參數

壓力瓶參數	對應Kriging參數	數值
常數項	β	27.21250
a_2	θ_1	0.04094
b_2	θ_2	0.00256
z_1	θ_3	0.00515
z_2	θ_4	0.00256
n_1	θ_5	0.00256
n_2	θ_6	0.00256
pressure	θ_7	0.09544

因爲誤差的算法是用實際值與預測值的差值除以實際值，所以當實際值很小的時候，也就是分母很小的時候，誤差量就會容易變得很大，而且此模型的非線性程度極高，而kriging 反應曲面只用一個數學模型就建立，故誤差在接受範圍內。

表 3.4: 最大應力反應曲面之誤差項列表

實際值	**66.50**	46.95	76.22	24.25	55.95	89.86	360.07	168.96
預測值	**99.57**	40.69	69.50	28.60	43.39	84.99	291.26	164.44
誤差	**−49.73**%	13.32%	8.82%	-17.95%	22.45%	5.41%	19.11%	2.68%
實際值	**36.95**	156.19	265.76	93.95	87.15	162.35	181.90	67.68
預測值	**67.70**	160.71	258.34	92.83	74.07	165.83	185.47	60.23
誤差	**−83.22**%	-2.89%	2.79%	1.19 %	15.02%	-2.14%	-1.96%	11.01%
實際值	**15.98**	113.01	208.48	51.10	84.64	160.41	198.20	30.63
預測值	**29.25**	80.03	196.53	36.46	78.40	161.15	196.32	31.97
誤差	**−83.02**%	29.18%	5.73 %	28.65%	7.37%	-0.46%	0.95%	-4.39 %
實際值	**30.8**	262.30	55.67	226.31	372.95	116.01		
預測值	**45.58**	248.83	69.34	207.75	361.79	116.537		
誤差	**−47.97**%	5.14%	-24.55%	8.20%	2.99%	-0.45%		

表 3.5: 焊接點應力應力反應曲面之誤差項列表

實際值	28.47	21.23	**9.98**	8.71	24.29	30.63	66.05	45.52
預測值	26.56	22.43	**14.14**	9.60	25.29	31.35	58.22	46.80
誤差	6.71%	-5.64%	**−41.74**%	-10.16%	-4.10 %	-2.32 %	11.85%	-2.81 %
實際值	12.36	25.55	54.26	35.57	19.41	10.09	24.34	36.74
預測值	12.66	24.49	50.76	37.17	18.37	9.54	23.32	37.37
誤差	-2.43%	4.17%	6.45%	-4.50%	5.33 %	5.43%	4.19%	-1.72%
實際值	5.88	38.57	40.89	14.72	26.24	35.50	32.81	10.42
預測值	6.58	38.79	40.83	15.79	25.21	31.22	31.72	12.22
誤差	-11.83%	-0.57 %	0.14 %	-7.22%	3.91%	12.06 %	3.31%	-17.35%
實際值	52.08	17.38	54.92	32.68	39.48	49.61		
預測值	53.70	17.15	50.87	28.91	34.29	49.45		
誤差	-3.11%	1.29%	7.38%	11.53 %	13.16%	0.32%		

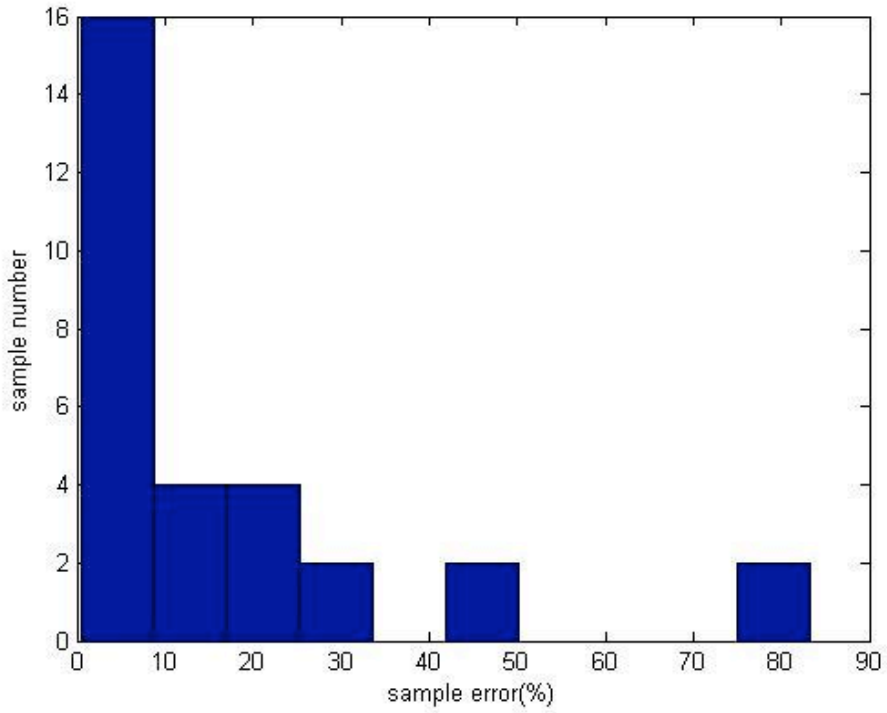

圖 3.8: 最大應力值kriging反應曲面30個樣本點誤差

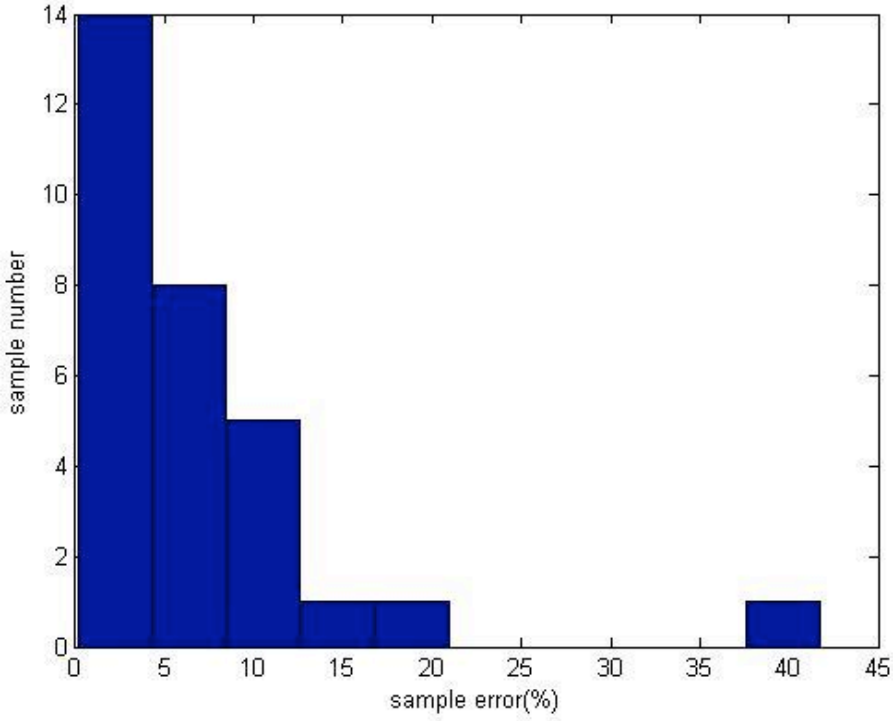

圖 3.9: 焊接處最大應力值kriging反應曲面30個樣本點誤差

第 四 章　不確定因素之模擬

4.1　以隨機變數模擬不確定因素

4.1.1　何謂隨機變數

在自然界中，許許多多的現象都包含著不可預測的因素，且自然界的各種現象往往互相影響導致自然現象錯綜複雜，而工程師必須嘗試著去解決各種問題，而這些工程問題常常與人身安全有關，爲了精確的計算問題，所以必須考量不確定因素，爲了計算必須量化不確定因素，而隨機變數就是一種模擬不確定因素的方法，隨機變數是一個隨機改變的量值，隨機的方式會依照某種機率分佈的狀態，這個機率分佈的狀態，可以是高斯分佈、韋伯分佈、指數分佈、對數常數分佈或是任意的機率分佈狀況 [21]，工程師必須對模擬的現象做充分的分析與了解，才能選擇適合的機率分佈來模擬不確定因素 [36,37]。

4.1.2　常用機率分佈

- 高斯分佈（Gaussian distribution）

  高斯分佈（Gaussian distribution），又名常態分佈（Normal distribution），是一個在各領域，數學、物理及工程上 [38]非常重要的機率分佈，更在統計學的許多方面有著重大的影響。若隨機變數X爲一個平均值爲μ、標準差爲σ^2的高斯分佈，記爲：

  $$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

  其機率密度函數PDF如式(4.1)，PDF積分爲累積分佈函數CDF。

  $$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)}{2\sigma^2}} \tag{4.1}$$

  高斯分佈的期望值μ決定了其位置，其標準差σ決定了分佈的集中或是分散。因其曲線呈現鐘形，因此又經常稱之爲鐘形曲線。通常所說的標準高斯分佈是 $\mu = 0$,$\sigma = 1$的高斯分佈(見圖4.1中最高機率密度爲0.4的曲線分佈)，圖4.1、圖4.2顯示高斯分佈機率密度函數圖及累積分佈函數圖。

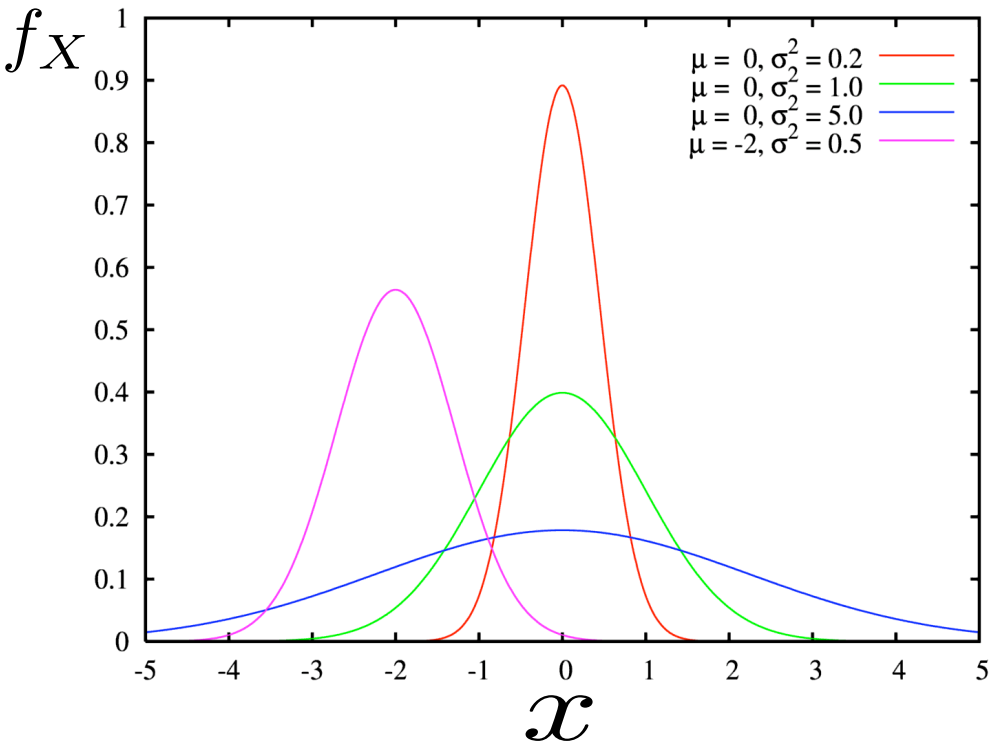

圖 4.1: 高斯分佈機率密度函數圖

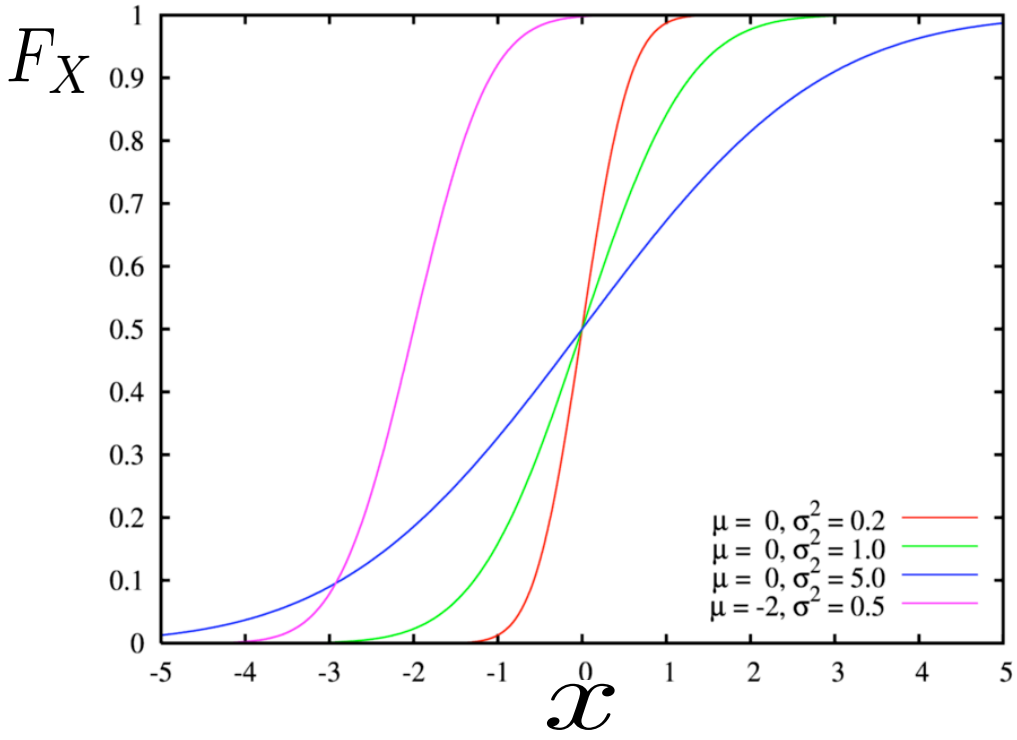

圖 4.2: 高斯分佈的累積分佈函數圖

- 韋伯分佈(Weibull distribution)

  韋伯分佈(Weibull distribution)是指數分佈的一特例，其機率密度函數PDF如式(4.2)(4.3)所示，PDF積分爲累積分佈函數CDF。

$$x > 0; f_X(x,k,\lambda) = \frac{k}{\lambda}(\frac{x}{\lambda})^{k-\lambda} e^{(-\frac{x}{\lambda})^k} \tag{4.2}$$

$$x \leq 0; f_X(x,k,\lambda) = 0 \tag{4.3}$$

  同時必須滿足$k > 0$ 和$\lambda > 0$，k是形狀參數，λ 是尺度參數，若$k = 1$就會得到指數分佈，另一方面可從表示最小值或最大值之極值分佈推導出韋伯分佈，亦即韋伯分佈可視爲很多隨機變數最小值的近似分佈，產品破壞起因於產品的最弱處，所以，極值分佈之一的韋伯分佈很符合實際產品的破壞模擬，熱集中或電場集中所引起的電子零件破壞 [39]、應力集中所引致的金屬材料裂紋成長及破壞等爲其應用範例。圖4.3、圖4.4顯示韋伯分佈機率密度函數圖及累積分佈函數圖。

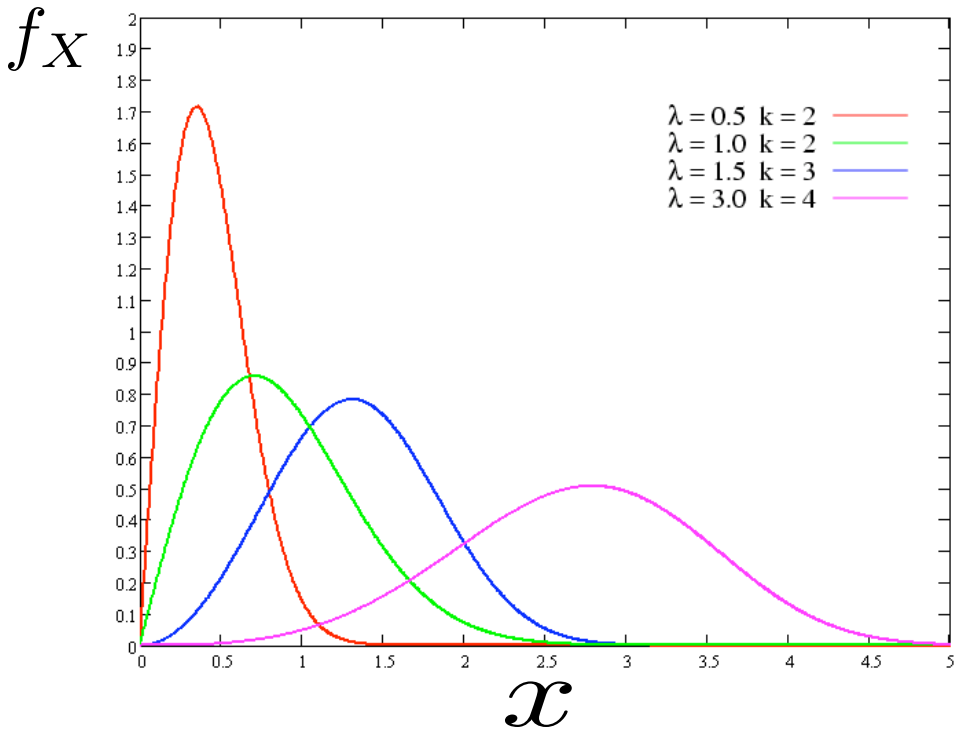

圖 4.3: 韋伯分佈機率密度函數圖

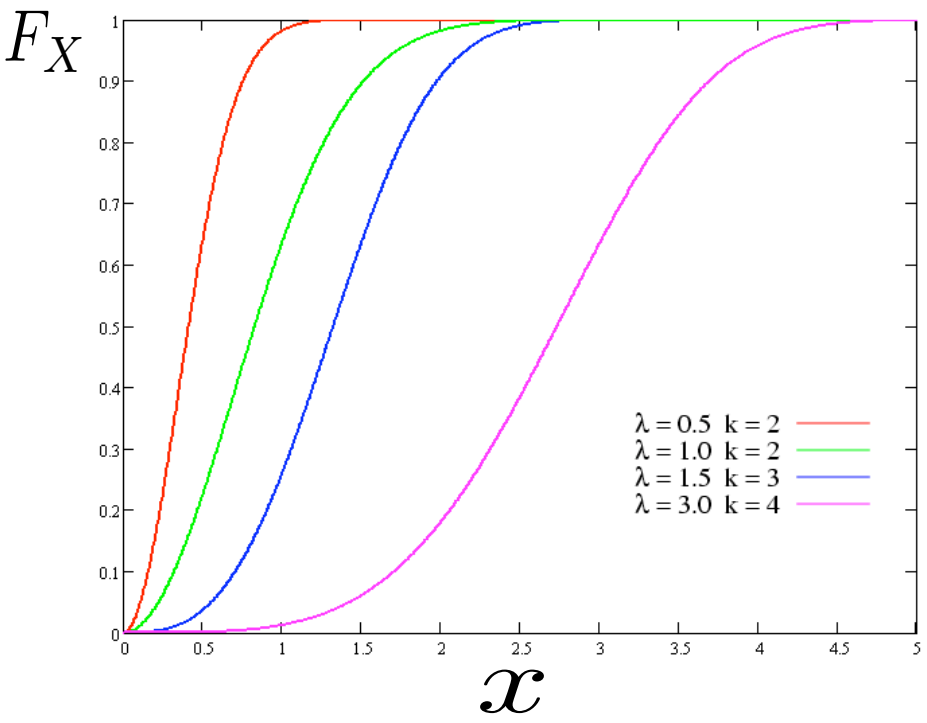

圖 4.4: 韋伯分佈的累積分佈函數圖

- 對數高斯分佈（Lognormal distribution）

  在機率論與統計學中，對數高斯分佈是指其對數爲高斯分佈的機率分佈。即是如果X是對數高斯分佈的隨機變數，則 exp(X) 爲高斯分佈。如果一個變數可以看作是很多很小獨立因子的乘積，則這個變數可以看作是對數高斯分佈。一個典型的例子是股票投資的長期獲利率，它可以看作是每天獲利率的乘積，而對數高斯分佈的確被使用在股市的分析上 [40]。 對於$x > 0$，對數高斯分佈的機率分佈函數PDF如式(4.4)，PDF積分爲累積分佈函數CDF。

$$f_X(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{4.4}$$

  其中μ 與σ分別是變數對數的平均值與標準差。

  期望值是：

$$\mathrm{E}(X) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \tag{4.5}$$

  方差爲：

$$\mathrm{var}(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \tag{4.6}$$

  給定期望值與標準差，也可以用這個關係求μ與 σ

$$\mu = \ln(\mathrm{E}(X)) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{\mathrm{var}(X)}{\mathrm{E}(X)^2}\right) \tag{4.7}$$

圖4.5、圖4.6顯示對數高斯分佈機率密度函數圖及累積分佈函數圖。

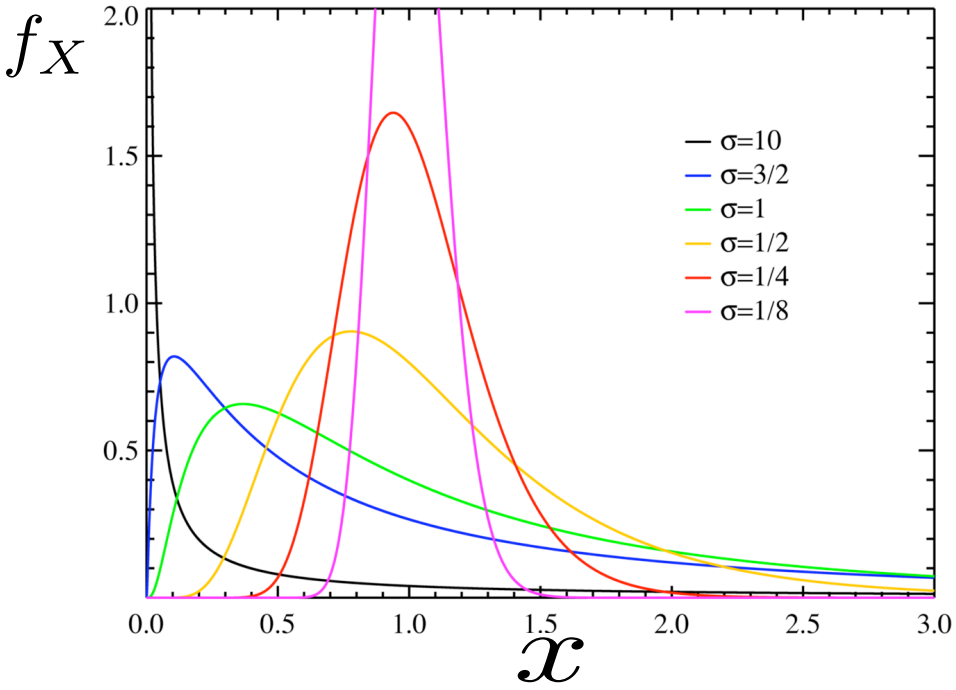

圖 4.5: 對數高斯分佈機率密度函數圖

- 指數分佈（Exponential distribution）

  指數分佈是一種連續機率分佈。指數分佈可以用來表示獨立隨機事件發生的時間間隔 [41]，比如旅客進機場的時間間隔，一個指數分佈的機率密度函數如式(4.8)(4.9)，PDF積分爲累積分佈函數CDF。

$$x \geq 0; f_X(x, \psi) = \psi e^{-\psi x} \tag{4.8}$$

$$x \leq 0; f_X(x, \psi) = 0 \tag{4.9}$$

  其中 $\psi > 0$是分佈的一個參數，常被稱爲速率參數（rate parameter）。指數分佈的區間是[0,∞)。 如果一個隨機變數X呈現指數分佈，則可以寫作:X∼Exponential（λ）。圖4.7、圖4.8顯示指數分佈機率密度函數圖及累積分佈函數圖。

而本次研究中欲模擬焊接點強度的不確定因素，焊接點強度會因爲人爲操作的不同，而產生差異，根據廠商統計的結果，壓力瓶樣品的平均焊接強度約爲原

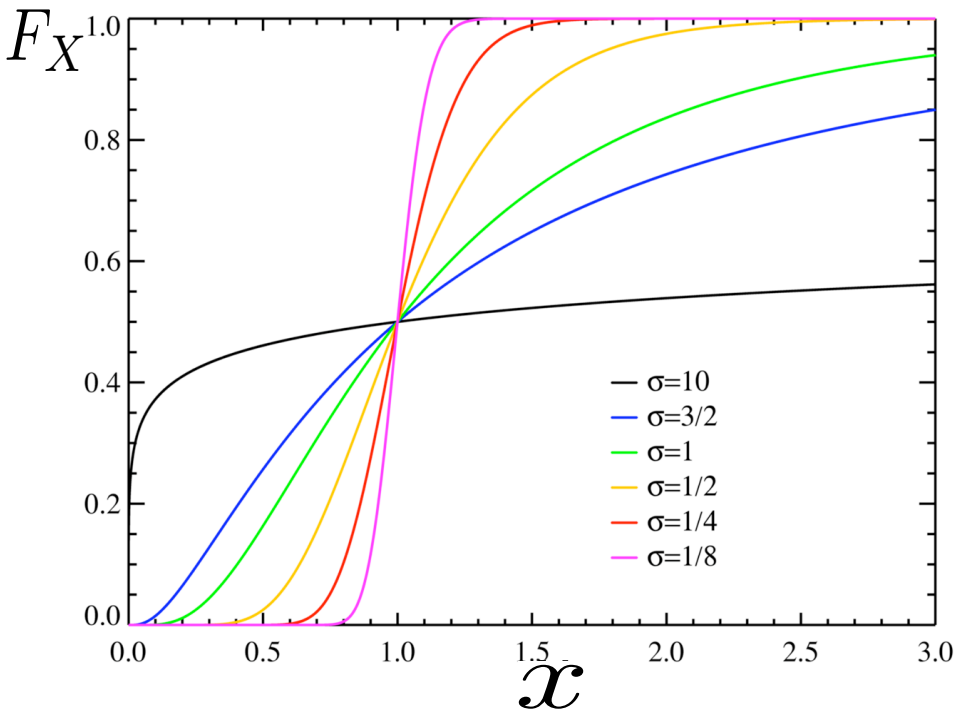

圖 4.6: 對數高斯分佈的累積分佈函數圖

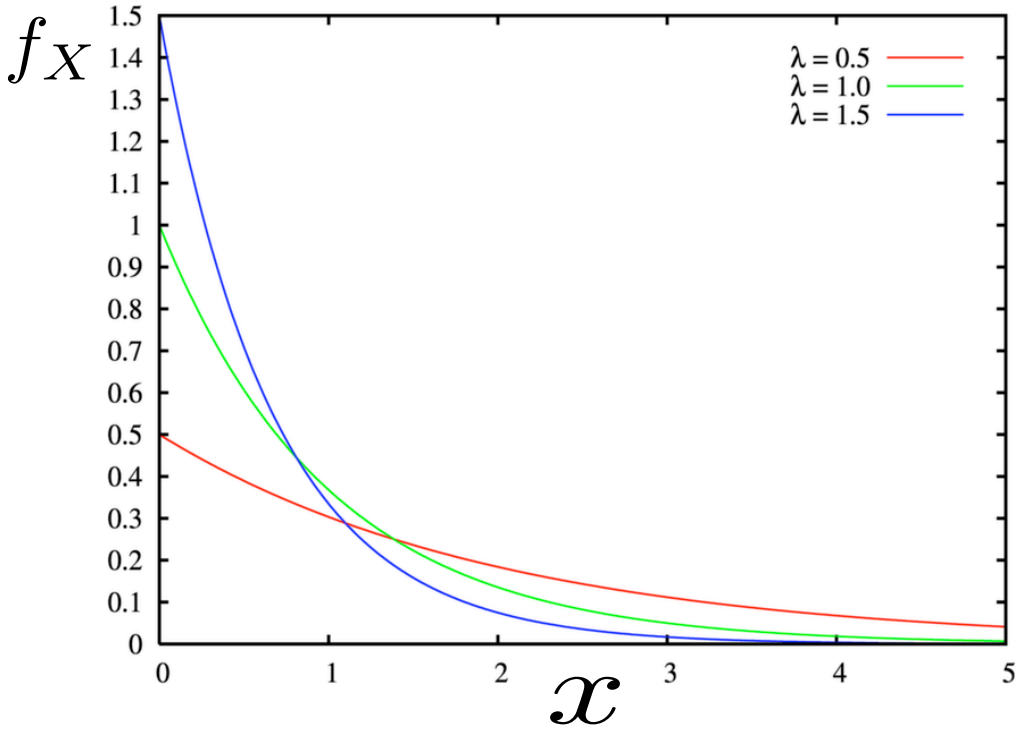

圖 4.7: 指數分佈機率密度函數圖

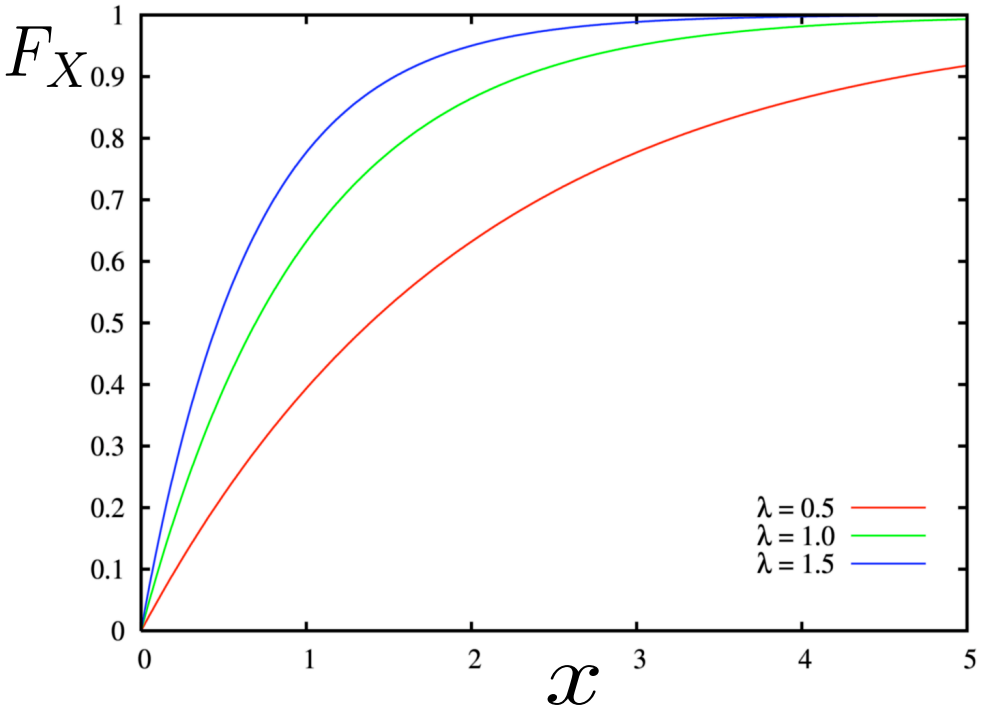

圖 4.8: 指數分佈的累積分佈函數圖

材料強度的0.7倍，根據此項特性，選擇以高斯分佈來模擬焊接點強度，此外高斯分佈也具有容易計算的特性，故對於降低問題的複雜度也有相當的助益。

4.2 以隨機過程模擬不確定因素導入時間的概念

4.2.1 何謂隨機過程

自然界中，很多的自然現象並非一成不變，通常會隨著時間而改變，所以一般來說，隨機變數要模擬的現象，實用性並不高，因爲忽略了時間這項因素，所以隨機過程的概念就應運而生，所謂的隨機過程指的是隨機變數的機率分佈祝況會隨著時間而改變，如果不確定因素動態系統就是用隨機過程來模擬，最常見的隨機過程 [42]有布朗運動、卜瓦松運動及馬可夫鏈。

4.2.2 隨機過程的種類

- 布朗運動

  西元1827年，英國植物學家勞伯布朗 (Robert Brown) 利用一般的顯微鏡觀察懸浮於水中的花粉粒時，發現這些花粉粒會做連續快速而不規則的隨機移動如圖4.9所示：

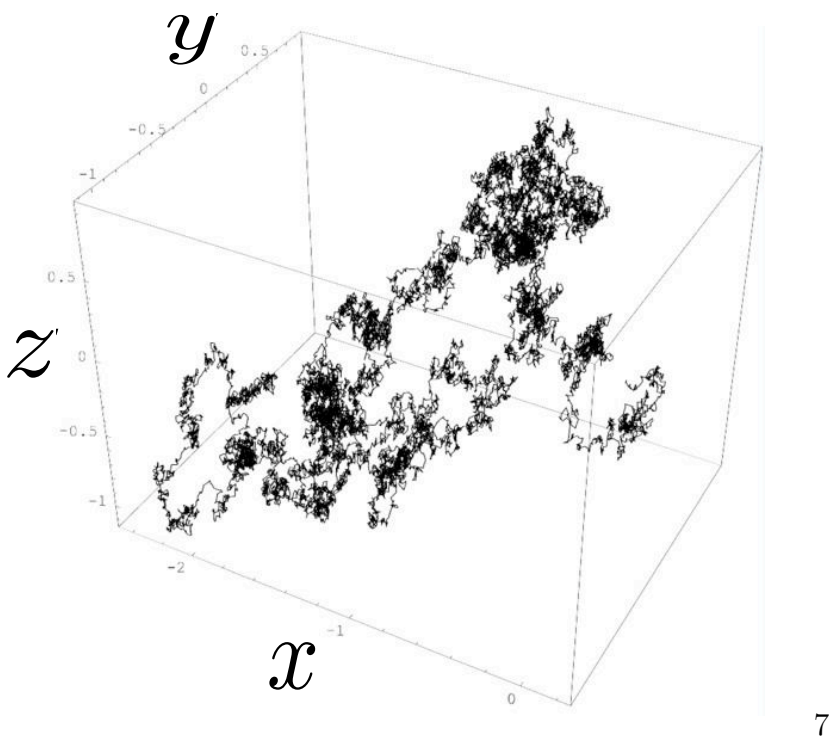

圖 4.9: 三度空間的分子布朗運動圖

這種移動稱爲布朗運動 (Brownian motion) [43]。接著生物學家發現懸浮於液體或空氣中直徑小於 0.04 公分的粒子都會產生布朗運動。譬如，當陽光射進暗室時，容易從光限中觀察到灰塵的粒子在空氣中產生布朗運動的現象。十九世紀初生物學家甚至認爲布朗運動的發生是由於粒子本身是「活的」的緣故。直到1917年這種粒子的「生機說」才被 D'Arcy Thompson 所推翻。Thompson 認爲布朗運動之所以會發生是因爲粒子與液體或氣體分子連續互相碰撞的結果。

自1860年以來，許多科學家都在研究此種現象。經由謹慎的實驗及討論，科學家發現布朗運動有下列主要特性:

– 粒子的運動由平移及及轉移所構成，顯得非常沒規則而且其軌跡幾乎

是處處沒有切線。

- 粒子之移動顯然互不相關，甚至於當粒子互相接近至比其直徑小的距離時也是如此。
- 粒子越小或液體粘性越低或溫度越高時，粒子的運動越活潑。
- 粒子的成分及密度對其運動沒有影響。
- 粒子的運動永不停止。

二十世紀初，愛因斯坦 (Einstein) 及史莫盧可夫斯基 (Smoluchovski) 發現不管粒子的運動有多麼不規則，布朗運動仍可以用機率律來分析，其研究說明了粒子在一段時間內之位移是根據高斯分佈的。愛因斯坦的工作可說是布朗運動的先驅。今將其結果概述於下: 假設一個布朗運動粒子在時間t及位置x時之機率密度然後在某些機率假設下，愛因斯坦導出

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D\Delta\rho \tag{4.10}$$

這裡D表一正常數，稱之爲擴散係數 (Diffusion coefficient)。假若粒子在$t = 0$之位置爲$x = 0$，則機率密度：

$$\rho(x,t) = (\frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}})^3 e^{-\frac{|x|^2}{4Dt}} \tag{4.11}$$

布朗運動發展至今, 此過程及它的各種推廣, 在許多領域諸如經濟學 [44]、生物學、管理科學、數理統計及量子力學中都有廣泛的應用。

- 卜瓦松運動

卜瓦松過程（Poisson process），是以法國數學家卜瓦松的名字命名的。卜瓦松過程是隨機過程的一種，是以事件的發生時間來定義的。隨機過程$N(t)$是一個一維卜瓦松過程，如果它滿足以下條件:

- 在兩個互斥（不重疊）的區間內所發生的事件的數目是互相獨立的隨機變數。
- 在區間內發生的事件的數目的機率分佈爲:

$$P[N(t+\tau) - N(t) = k] = \frac{e^{-\eta\tau}\eta\tau^k}{k!} \tag{4.12}$$

其中η是一個正數，是固定的參數，通常稱爲抵達率（arrival rate）或強度（intensity）。所以，如果$[t, t+\tau]$給定在時間區間之中事件發生的數目，則隨機變數$N(t+\tau)-N(t)$呈現卜瓦松分佈，其參數爲λ, τ。更一般地來說，一個卜瓦松過程是在每個有界的時間區間或在某個空間（例如:一個平面或三維的空間）中的每一個有界的區域，賦予一個隨機的事件數，使得在一個時間區間或空間區域內的事件數，和另一個互斥（不重疊）的時間區間或空間區域內的事件數，這兩個隨機變數是獨立的。

卜瓦松運動可以應用在某特定區間（長度 面積 時間 頁數）內，觀察某一事件發生之次數 [45];例如:某一路段一小時內發生車禍、某超商（銀行、加油站）一分鐘內的顧客、電纜（地毯）10呎內的缺點、電話交換機一分鐘內撥接的電話數，飛機一個月內故障維修、打字員於一頁內的錯別字等。

- 馬可夫鏈

  馬可夫鏈的定義如下 [42]：

  函數空間中，若隨機過程X對於所有空間S裡的函數點$i, j, i_0, i_1 ....., i_{t-1}$，即所有時間點$t = 0, 1, 2 .....$，滿足下列條件即爲馬可夫鏈

  $P_r[X_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1} = i_{t-1}, X_1 = i_1, X_0 = i_0]$=$P_r[X_{t+1} = j | X_t = i]$

  馬可夫鏈的特性就是事件的發展具有連續性。簡而言之就是事件下一秒的狀況，只跟現在這個時刻有相關。馬可夫鏈最有名的應用範例就是賭徒破產問題 [46]，若有一位賭徒手上有5元籌碼，每玩一把，輸贏都是一塊錢，那麼這個賭徒下一把是四元或是六元的機率只與現在他手頭上有五元有關係，而與他一開始手頭上有多少錢無關，在機率的理論裡，常提到兩兩事件是獨立的以方便計算，而馬可夫鏈的特性反而是事件與事件之間兩兩都是相依的，而自然現象常常都有這樣的關係存在，這個特性與本次研究的範疇相符合，此外馬可夫鏈在工程上也有相當的應用 [47]。

4.3 隨機變數及隨機過程在壓力瓶之應用

在壓力瓶的範例中，共有幾項不確定因素，將不確定因素來源及其重要性敘述如下列所示：

- 幾何尺寸誤差 ，製造機台的精度誤差會導致製造出來的元件大小有些許的不同，但是現今機械誤差精度已經可以到mm以下，故本論文將其影響忽略。
- 焊接強度誤差 ，焊接強度會因爲人爲操作產生極大的差異性，甚至會有焊接失敗的狀況發生，故本論文將此不確定性納入考量。
- 材料來源產生的誤差，不同國家不同工廠生產的材料，機械性質差異大，但無法取得相關的數據作爲評估的標準，故本論文將其不確定因素忽略。
- 熱脹冷縮或水系統所產生壓力變動，由於溫度變動及水錘現象產生的壓力急速變化，會導致壓力瓶有 破壞的危險，故本論文將其不確定因素納入考量。
- 理論分析與眞實現象差異，本論文採用ANSYS作爲分析的軟體，但軟體分析出來的結果與實際現象必定有差異存在，有可能會有分析結果可行但實際結果失敗的狀況，由於無法進行實驗，故無法評估影響，本論文的處理方式爲將安全係數加大使結果更加的保守。
- 人爲操作分析程式產生的錯誤 ，每個人精神狀況或細心程度的不同，此會導致輸入程式時有很大的誤差發生，部份人甚至會發生錯誤的分析，故本論文避免此一狀況發生的結果是細心謹慎外加實驗會重複進行要求實驗結果務必一致。
- 反應曲面的誤差，不同kriging參數建構的反應曲面誤差都不一樣，故本論文的解決方案爲在尋找參數時會進行最佳化使該組參數建構的反應曲面誤差最小。
- 最佳化原理的誤差，不同的最佳化原理其結果都不太一致，甚至大部份理論只能找到區域極值，本研究裡的是利用多組不同的起始點位置來找尋最佳解以避免此一問題發生。

在壓力瓶的分析參數化的過程中共取六個幾何尺寸的變數，還有焊接點強度及儲水壓力等共八個因素，這六個幾何尺寸的變化在現在機器的製作之下，誤差相當的小，故當成一般變數，其餘的兩變數都具有不確定因素的特性，其餘表列的不確定因素，材料差異部份無法取得相關資料，至於操作程式與學術理論所產生的差距可以經由人爲的控制將影響減至最低，茲將焊接點強度及儲水壓力不確定因素的模擬說明如下。

4.3.1 焊接點強度的模擬

焊接點的強度在廠商測試的狀況之下通常是原材料強度的0.7倍，原材料強度爲125Mpa，可是焊接點的強度隨著每個物件的不同，因爲工人的疏忽或是機器的誤差而會有些許的差異性，甚至會有失敗的狀況出現，所以將其視爲隨機變數，並且以平均值0.7的高斯分佈來描述如圖4.10所示，選用高斯分佈的原因是高斯分佈具有一般性而且高斯分佈的數學型態被廣爲應用。

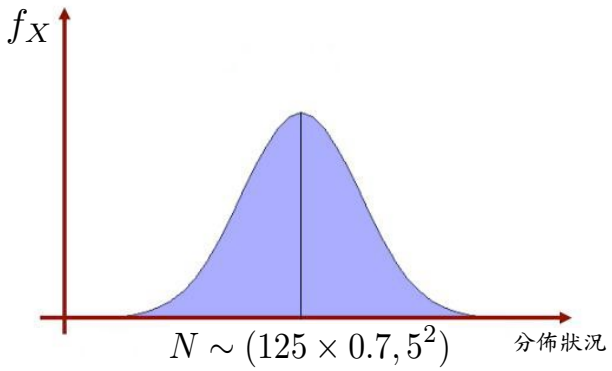

圖 4.10: 焊接點強度的模擬圖

4.3.2 加壓過程的模擬

在模擬壓力的部份，在測試的過程中，壓力瓶內壓力逐漸上升，大約會在2.5秒內上升到230psi。在實際狀況下，壓力的上升還會受到溫度、水錘現象等外在因素的影響，曲線並不會如此完美。因爲加壓過程中，每個時間點的壓力，都與上一個時間點的壓力相關密切，根據這項特性，故使用馬可夫鏈來模擬壓力上升的實際狀況。步驟如下：

- 先將時間區間2.5秒切成n個等分點
- 找出理想壓力曲線方程式，假設壓力是呈現線性遞增的

$$\mathrm{P}(t_i) = \frac{230}{2.5} t_i, i = 1 \sim n \tag{4.13}$$

- 再利用馬可夫鏈的特性提出壓力的模擬方程式（32），其中$\hat{\mathrm{P}}$是壓力的預測值，P是理想值，δ_{t_i}是變動項， 隨機壓力曲線及理想壓力曲線如圖4.11所示:

$$\hat{\mathrm{P}}(t_i) = \hat{\mathrm{P}}(t_{i-1}) + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-1}) + \delta_{t_i} \text{where } \delta_{t_i} \sim N\left(0, \left(\frac{5}{n} i\right)^2\right) \tag{4.14}$$

也就是在每一次的時間間隔之下，就加上一個變動項，而這個變動項會隨著時間越來越大，最後當時間等於2.5秒的時候，變動項的標準差會達到5^2，如此設定的原因爲了讓題目更加的具有變化性。

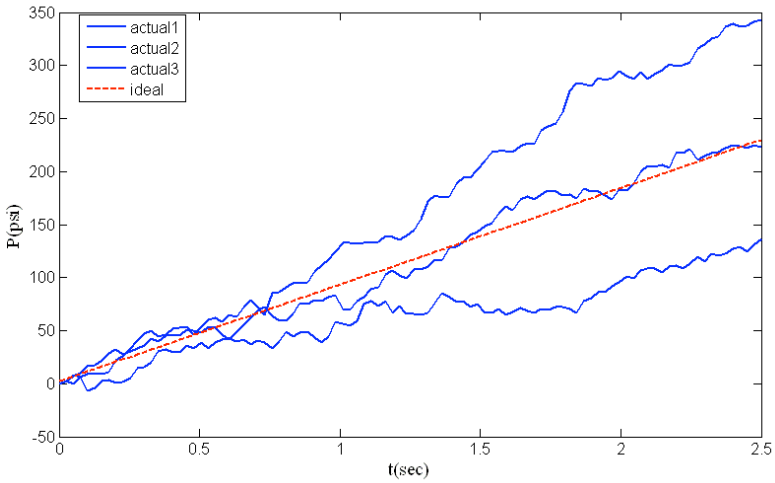

圖 4.11: 理想與實際加壓過程的示意圖

在圖4.11中可以明顯的觀察到隨機壓力過程與理想的壓力過程有一樣的趨勢，同時又包含的不確定因素，在不確定因素的影響下，每一次模擬出來的隨機壓力過程都不會相同。

第 五 章　可靠度分析

5.1　可靠度分析理論

5.1.1　靜態隨機變數的可靠度理論

在進行壓力瓶最佳化的過程中，另一個問題就是如何詮釋限制式的可靠度，如可靠度最佳化通式（1.2）的R_e：

$$\min_{\mathbf{x},\mu_{\mathbf{X}}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mu_{\mathbf{X}}, \mathbf{p}, \mu_{\mathbf{P}})$$
$$\text{s.t. } \Pr[\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{X}, \mathbf{p}, \mathbf{P}) \leq 0] \geq R_e$$

且在限制式中有隨機變數與隨機過程，這些可靠度計算的方式都不同 [42]，隨機變數與隨機過程的可靠度計算說明如下。

如果限制式表示爲$\mathbf{G}$，X是靜態系統的隨機變數，$f_X(x)$是機率密度函數，理論上違反限制式的機率是是利用$f_X(x)$在整個破壞區域的積分求得，那麼破壞的機率P_f 及R_e可靠度就是：

$$P_f = \Pr(\mathbf{G}(X) > 0) = \int_{\mathbf{G}(X)>0} \cdots \int f_X(x)dx \tag{5.1}$$

$$R_e = 1 - p_f \tag{5.2}$$

倘若隨機變數維高維度問題就是多變數問題，在使用上述的數學公式來求可靠度時會遇到兩個問題

- 第一個是機率密度函數太過於複雜，往往會無法求得，而且分佈的狀況也不一定是高斯分佈，一旦不是高斯分佈就無法處理。
- 第二個問題就是積分式太過於複雜有可能無法積分。

所以上述數學公式在工程應用上並不實用，所以提出了下列的方式來求有關靜態隨機變數的可靠度，在5.3章中將逐一說明。

5.1.2 動態隨機變數的可靠度理論

如果限制式表示爲$\mathbf{G}$，$X(t)$是動態系統的隨機過程，$f_X(x(t))$ 是機率密度函數，理論上破壞的機率是計算在時間區間$[0, t_{\max}]$內違反限制式所發生的機率，破壞的機率P_f及可靠度R_e就是：

$$P_f(t) = \Pr(\mathbf{G}(X(t)) > 0) = \int_{\mathbf{G}(X(t))>0} \cdots \int f_X(x(t))dx(t) \tag{5.3}$$

$$R_e(t) = 1 - p_f(t) \tag{5.4}$$

但同樣的，動態系統的機率密度函數更加的複雜，況且積分也不一定能能夠計算出來，故使用數學公式下去計算的方法在工程問題中並不實用，所以使用文獻上兩種詮釋動態可靠度的方法：破壞率與第一次破壞時間，如下說明。

- 破壞率（Crossover rate）

  若考慮一隨機加壓過程所造成的應力輸出$S_{\max}(t)$，而材料強度S^T是破壞的臨界值，而破壞會發生在當應力值超越臨界值時如圖5.1所示：

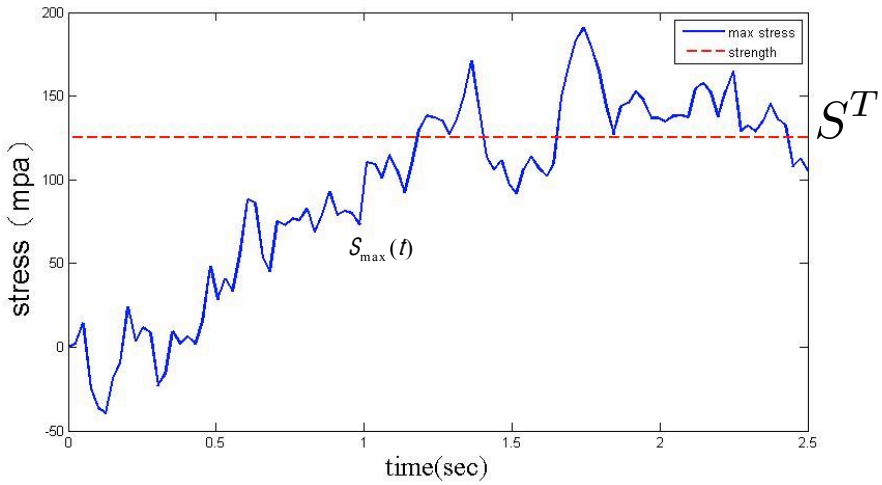

圖 5.1: 應力輸出與材料強度圖

而破壞率指的就是在整個隨機過程中，事件跨越臨界值的機率，故動態系統限制式的可靠度，就可以利用破壞率來求得，理論上在某個時間點超越臨界值的機率可以經由下列公式求得 [42]：

$$v^+(t) = \lim_{\Delta \to 0} \Pr[\{S_{\max}(t) \leq S^T\}] \cap \{S_{\max}(t + \Delta) > S^T\} \tag{5.5}$$

式(5.5)指的是在t時間時應力值必須小於材料強度交集在$t+\Delta$時間時物件會產生破壞的機率除以Δ，當Δ無限小的時候，這個公式就會等於時間點t超越臨界值的機率。若在時間區間(t_1,t_2)內，如果將時間區間(t_1,t_2)切成無限多的等份，每一份長度Δ，那麼時間區間內發生超越臨界值的事件發生次數便可經由將所有時間點的破壞率相加求得，也可經由下列公式計算：

$$\begin{aligned} E[N^+(t_1,t_2)] &= v^+(t_1)+v^+(t_1+\Delta)v^+(t_1+2\Delta)+...+v^+(t_2-\Delta)+v^+(t_2) \\ &= \int_{t_1}^{t_2} v^+(\tau)d\tau \end{aligned} \tag{5.6}$$

但公式解仍然有需多的難處，例如$v^+(t)$無法求得，積分式無法積分等問題。故使用蒙地卡羅法求取可靠度，在第五章第三節中將逐一說明。

- 第一次破壞時間（First passage time）

  如圖5.2所示，第一次$S_{\max}(t)$跨越S^T的時間點以τ^1來表示這就是所謂的第一次破壞時間，在現實世界中，產品一旦超過材質強度的臨界值就會破壞，可靠度也往往定義在第一次破壞時間的基礎之下，故第一次超越材質強度的時間點，即是第一次破壞時間將是設計者考量之重點，若以行銷的手法來說，廠商會希望產品能夠十分耐用使得第一次破壞的時間點可以在保固期之後，這樣會使得消費者增加對於該品牌的信心，同時廠商也能夠減少保固期內產品破壞所造成的成本支出，這是第一次破壞時間的重要性，所以使用第一次破壞時間是另一種詮釋拘束條件的方式。

  將安全區域$[S_{\max}(t)\le S^T]$定義爲D_{safe}，在$[0,t]$時間內系統破壞的機率如式(5.7)所示：

$$p_f = 1-\Pr[N^+(t)=0|X(0)\in D_{\text{safe}}]\times\Pr[X(0)\in D_{\text{safe}}] \tag{5.7}$$

  上述公式指的是將1減去破壞均不發生的機率，即是將1減去起始點安全的機率$\Pr[X(0)\in D_{\text{safe}}]$乘上時間區間內破壞次數爲0的機率$\Pr[N^+(t)=0|X(0)\in D_{\text{safe}}]$。此外對於工程問題來說，假若每一個破壞的事件都可以視爲獨立事件且破壞事件數目稀少，則包含起始點在內$t=0$任何會在早期就發生超越臨界值的機率可以近似於沒有發生任何破壞事件的卜瓦松過程來求得如式（5.8）所示：

$$p_f \approx 1-e^{-\int_0^t v^+(\tau)d\tau} \tag{5.8}$$

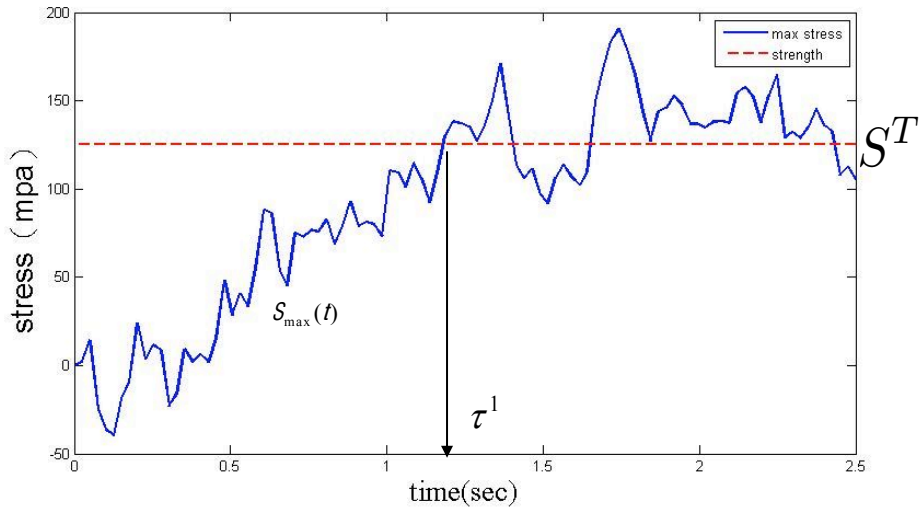

圖 5.2: 應力臨界值與第一次破壞時間

當事件數區近於零的時候，$\int_0^t v^+(\tau)d\tau$會很小，破壞率可以在進行簡化如式（5.9）所示：

$$p_f \approx 1 - e^{-\int_0^t v^+(\tau)d\tau} \approx \int_0^t v^+(\tau)d\tau \tag{5.9}$$

則第一次破壞的發生機率大約等於在隨機過程$X(t)$的破壞率。 但公式解仍然有需多的難處，例如$v^+(t)$無法求得，積分式無法積分等問題，且公式解只有在特定狀況下才能使用。故使用蒙地卡羅法求取第一次破壞時間，在第五章第三節中將逐一說明。

5.2 以蒙地卡羅法建議之三種可靠度最佳化數學模型

以壓力瓶爲例子，以上述各種詮釋可靠度及拘束條件的概念，本研究提出三種以可靠度最佳化引入隨機過程、隨機變數的數學模型來說明壓力瓶如何在靜態及動態不確定因素下進行最佳化設計：

- 數學模型一：破壞機率題型：

$$\begin{aligned} & \min \text{壓力筒材料用量} \\ \text{s.t.} \quad & \Pr[\text{壓力筒最大應力值} \le \text{材料強度}] \ge 90\% \\ & \Pr[\text{焊接點最大應力值} \le \text{材料強度}] \ge 90\% \\ & \text{壓力是隨機過程同時焊接強度是隨機變數} \end{aligned} \tag{5.10}$$

- 數學模型二：第一次破壞時間機率題型：

$$\begin{aligned} & \min \text{壓力筒材料用量} \\ \text{s.t.} \quad & \Pr[\text{壓力筒第一次破壞時間} \ge 2\text{秒}] \ge 90\% \\ & \Pr[\text{焊接處第一次破壞時間} \ge 2\text{秒}] \ge 90\% \\ & \text{壓力是隨機過程同時焊接強度是隨機變數} \end{aligned} \tag{5.11}$$

- 數學模型三：平均第一次破壞時間題型：

$$\begin{aligned} & \min \text{壓力筒材料用量} \\ \text{s.t.} \quad & \text{壓力筒第一次破壞時間} \ge 2\text{秒} \\ & \text{焊接處第一次破壞時間} \ge 2\text{秒} \\ & \text{壓力是隨機過程同時焊接強度是隨機變數} \end{aligned} \tag{5.12}$$

這三種可靠度最佳化的題型，都引用了kriging 反應曲面來計算限制式的可靠度並引進不確定因素對系統所造成的影響，同時使用了蒙地卡羅法來逼近限制式的可靠度，第一種期望在最小化壓力瓶的材料用量目標之下而壓力瓶仍有90%的機率會使得壓力瓶最大應力產生處及焊接處的最大應力保持在臨界值以下是以應力值

爲評量，第二種題型則是以第一次破壞的時間點爲評量，第三種題型不同的是以第一次破壞時間的平均值來評量。

對一個工程問題來說，百分之九十的可靠度似乎太小，但是測試的條件是在2.5秒加壓到230psi，而一般壓力瓶的工作壓力僅100psi，而且在加入不確定因素的影響，壓力值有可能在更高，故90%的可靠度已經足夠壓力瓶在一般狀況下使用。

5.3 解析解與蒙地卡羅法

蒙地卡羅法最大的好處在於只需知道變數的機率密度函數，而不需被變數分佈的類型所限制，就可以利用大量取點來逼近其可靠度，但是最大的缺點在於需耗費大量的計算。而以下所提到的解析解計算量少，但卻是僅能使用於高斯分佈的特殊解法故無法使用於其他類型的分佈曲線。

5.3.1 蒙地卡羅法

- 靜態隨機變數可靠度求法

  若該變數是靜態隨機變數，使用蒙地卡羅法針對隨機變數分佈取適樣本數後，計算樣本數安全的比率，即爲拘束條件在此隨機變數下的可靠度，蒙地卡羅法是一種常用的取樣法，通常用來逼近無法使用公式計算的可靠度，但往往需要大量的樣本數目準確的求得可靠度，故蒙地卡羅法會耗費相當多的電腦資源。本次研究中，使用了kriging 反應曲面以降低每次取樣的電腦計算量以提昇蒙地卡羅法的整體效率，同時兼具準確與效率的。

- 動態隨機過程可靠度求法

  當變數是隨機過程時，該變數會隨著時間而改變，故可平均在一個隨機過程的時間軸取大量的樣本點，然後計算這些點有多少百分比的點會使拘束條件成立，此機率即爲可靠度。

  可靠度＝臨界值以下的樣本點數/總樣本點數

這是在一特定隨機過程底下的可靠度，可是隨機過程每次不盡相同，只用一次隨機過程的結果代表性並不夠，故可以執行數次隨機過程可靠度的分析，再取這些可靠度的平均值，該量值便具有相當的代表性了，在本次研究中使用蒙地卡羅法結合馬可夫鏈來計算動態系統限制式的可靠度 [48,49]，同時使用一千個隨機過程來評估在隨機過程影響之下系統的可靠度。

- 動態隨機過程第一次破壞時間求法
  當變數是隨機過程時，可平均在一個隨機過程的時間軸取大量的樣本點，然後計算第一次超越臨界值樣本點的時間，此即該隨機過程的第一次破壞時間。但只用一次隨機過程的結果代表性並不夠，故可以執行數次隨機過程第一次破壞時間的分析，便可以知道第一次破壞時間的平均值或是第一次破壞時間有多少機率會大於某一個定時間以上，在本次研究中使用蒙地卡羅法結合馬可夫鏈來計算動態系統限制式的第一次破壞時間，同時使用一千個隨機過程來評估在隨機過程影響之下系統的第一次破壞時間。

5.3.2 針對高斯分佈之解析解

以蒙地卡羅法爲解法的最佳化題型，在計算及疊代的過程中，可以發現到因爲本研究是使用一千次隨機過程的平均表現來評估系統限制式的可靠度，但是每次隨機過程的差異性，會造成壓力瓶在相同幾何尺寸下，同樣經過一千次的隨機過程，可是計算出來的可靠度卻會不盡相同，這樣的差異性，會使得最佳化的程式在收斂最佳解的時候每次收斂的數值都會有些微的差異，並不會每次都收斂到一個固定點，大致上會收斂到某一個小區塊裡，爲了改善這樣的狀況，所以又提出了一種解決問題的方法。

在使用馬可夫鏈所提出的加壓過程的公式，可以經由以下的推導進行簡化:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathrm{P}}(t_i) &= \hat{\mathrm{P}}(t_{i-1}) + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-1}) + \delta_{t_i}, i = 1 \sim n \\
&= \hat{\mathrm{P}}(t_{i-2}) + \mathrm{P}(t_{i-1}) - \mathrm{P}(t_{i-2}) + \delta_{t_{i-1}} + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-1}) + \delta_{t_i} \\
&= \hat{\mathrm{P}}(t_{i-2}) + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-2}) + \delta_{t_{i-1}} + \delta_{t_i} \\
&= \hat{\mathrm{P}}(t_{i-3}) + \mathrm{P}(t_{i-2}) - \mathrm{P}(t_{i-3}) + \delta_{t_{i-2}} + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-2}) + \delta_{t_{i-1}} + \delta_{t_i} \\
&= \hat{\mathrm{P}}(t_{i-3}) + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_{i-3}) + \delta_{t_{i-2}}\delta_{t_{i-1}} + \delta_{t_i} \\
&= \hat{\mathrm{P}}(t_0) + \mathrm{P}(t_i) - \mathrm{P}(t_0) + \sum_{k=1}^{i} \delta_{t_{i-k}} \text{where } \delta_{t_i} \sim N\left(0, \left(\frac{5}{n}i\right)^2\right) \\
&= \mathrm{P}(t_i) + \sum_{k=1}^{i} \delta_{t_{i-k}} \text{ where } \delta_{t_i} \sim N\left(0, \left(\frac{5}{n}i\right)^2\right) \\
&= \frac{230}{2.5}t_i + \sum_{k=1}^{i} \delta_{t_{i-k}} \text{ where } \delta_{t_i} \sim N\left(0, \left(\frac{5}{n}i\right)^2\right) \\
&= \text{平均值} + \text{變易量} \qquad (5.13)
\end{aligned}$$

根據推導的結果可以知道，壓力預測值的平均值與標準差都是時間的函數，而且函數的形式都已經經由推導得知如（5.14）所示:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathrm{P}}(t_i) &= \hat{\mathrm{P}}(\mu(t_i), \sigma^2(t_i)) \\
\text{where } \mu(t_i) &= \frac{230}{2.5}t_i, \sigma^2(t_i)\frac{5}{n}\sqrt{\sum_{k=1}^{i} k^2} \qquad (5.14)
\end{aligned}$$

有了以上的關係之後，便可提出另一套精確的計算可靠度的方式，進而進行最佳化:

- 首先有$\hat{\mathrm{P}}(\mu(t), \sigma^2(t))$關係後，即可以瞭解每一個時間點$\hat{\mathrm{P}}$的分佈狀況。
- 在進行最佳化疊代的過程中，先求得系統每次所測試的壓力瓶構型會破壞所需要的壓力值P_{fail}。
- 有了P_{fail}及不同時間點$\hat{\mathrm{P}}(t_i)$的分佈狀況就可以知道不同時間點的破壞機率$\mathrm{Prfail}(t_i)$，如圖5.3所示:

- 有了不同時間點的破壞機率，便可以找出可靠度爲90%的時間點，那麼這個時間就是滿足可靠度爲90%的第一次破壞時間，而這個第一次破壞時間必需在某個期望值以上，如此一來就可以進行最佳化了。

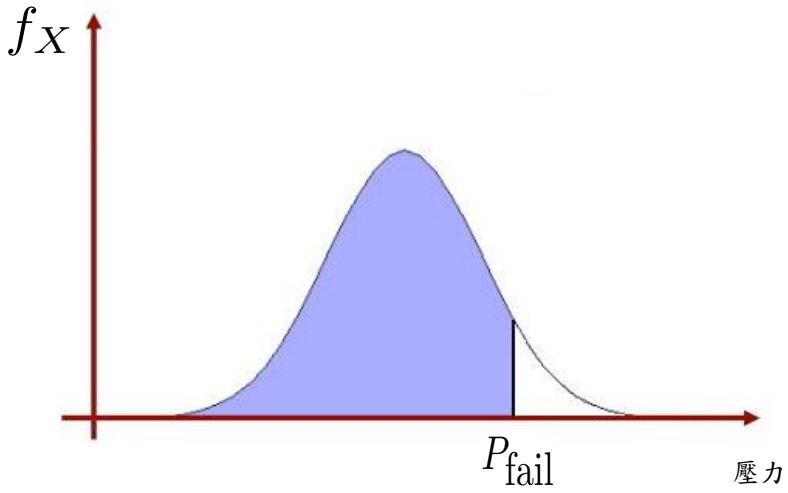

圖 5.3: 利用壓力臨界值計算可靠度

上述方法的優點爲每次計算的可靠度不會有收斂性差的問題，故每次最佳化的結果也都會相同，具有相當好的收斂性 (Matlab原始檔參見附錄二)。

第 六 章　最佳化結果與討論

6.1　三種題型最佳化數值結果與構形

在圖6.1及表6.1中，這三種題型所產生的最佳化結果，幾何尺寸彼此之間最多差異8%，三種題型的最佳化構形若用圖形來表示肉眼無法分別差異性，故圖6.1以第一種題形的構形加以表示：

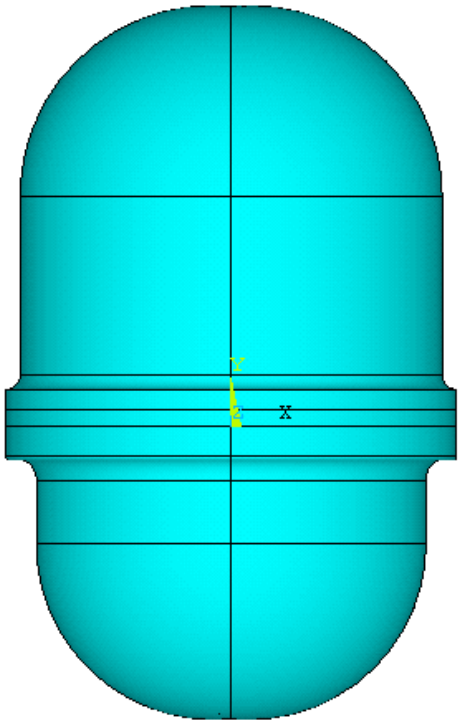

圖 6.1: 壓力瓶之可靠度最佳化設計

表 6.1: 壓力瓶最佳化設計及可靠度數值(Matlab原始檔參見附錄二)

	原設計點	最佳解一	最佳解二	最佳解三
a_1(mm)	113	121.228	121.109	121.174
a_2(mm)	107	111.728	112.7877	111.6746
b_1(mm)	241.5301	234.2361	238.8891	245.3681
b_2(mm)	180	182.0315	170.9365	170
z_1(mm)	6.5	3	3.1783	3
z_2(mm)	7	3	3.2417	3
r_1(mm)	59	109.1058	108.7262	109.0571
r_2(mm)	64	99.159	101.5089	100.5071
限制式一可靠度	0.6471	0.9118	0.91	平均2.1569秒
限制式二可靠度	1	1	1	平均2.5秒
體積（m^3）	2.63x10^7	1.40x10^7	1.46x10^7	1.39x10^7

6.2 數值結果比較與分析

6.2.1 限制式的難易度

爲了觀察各種限制式的難易度，故製作表6.2以進行驗證之用，在分析及比較的過程中，歸納出幾點特性如下說明。

- 觀察一： 第一次破壞時間機率題型限制式比平均破壞機率題型限制式嚴苛

  破壞機率題型限制式：

  $$\Pr[\text{壓力筒最大應力值} \leq \text{材料強度}] \geq 90\%$$
  $$\Pr[\text{焊接點最大應力值} \leq \text{材料強度}] \geq 90\%$$

  第一次破壞時間機率題型限制式：

  $$\Pr[\text{壓力筒第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\%$$
  $$\Pr[\text{焊接處第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\%$$

表 6.2: 原設計點與最佳解利用第一次破壞時間與破壞率計算之破壞率

機率解法	原設計點	最佳解一	最佳解二	最佳解三
100 MCMC process for $\Pr[\tau^1 > 2$秒$]$	0.99{1}	0.9{2}	0.12{3}	0.22{4}
1000 MCMC process for $\Pr[\tau^1 > 2$秒$]$	0.99{5}	0.0840{6}	0.1390{7}	0.2480{8}
Analytical method for $\Pr[\tau^1 > 2$秒$]$	0.9869{9}	0.575{10}	.1092{11}	0.1879{12}
100 MCMC process for $\Pr[S_{\max}(t) > S^T]$	0.4015{13}	0.0774{14}	0.1071{15}	0.1307{16}
1000 MCMC process for $\Pr[S_{\max}(t) > S^T]$	0.401{17}	0.0789{18}	0.1007{19}	0.1315{20}
Analytical method for $\Pr[S_{\max}(t) > S^T]$	0.395{21}	0.076{22}	0.974{23}	0.1215{24}

這兩種題型最大的差異在於分別使用材料破壞機率與第一次破壞時間機率作爲限制式的的條件，爲了比較這兩種限制條件的難易度，試想最佳解的位置以此範例來說必定發生在邊界上，故破壞機率題型壓力瓶在2.5秒內的破壞率爲10%，則2秒內的破壞率必定小於10%，由式(42)所示，可知而第一次破壞時間¡2秒的機率大致等於2秒內的破壞率爲10%，故可以推論第一次破壞時間機率題型破壞率較高限制式較爲嚴苛。爲了驗證此一推論，以原設計點與三種題型最佳解均以蒙地卡羅法配合馬可夫鏈（MCMC）在100及1000次隨機過程底下，觀察次兩種限制式的破壞機率如表6.2所示，請看格子{1-8}與{13-20}可以觀察到以第一次破壞時間的條件式$P_f[\tau^1 > 2$秒$]$破壞機率均比較高，由此得知觀察一。

- 觀察二： 第一次破壞時間機率題型限制式比平均第一次破壞時間題型限制式來的嚴苛

  第一次破壞時間機率題型限制式:

  $$\Pr[\text{壓力筒第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\%$$

  $$\Pr[\text{焊接處第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\%$$

  平均第一次破壞時間題型題型限制式：

壓力筒第一次破壞時間 $\geq$ 2秒

焊接處第一次破壞時間 $\geq$ 2秒

這兩種限制式都是以第一次破壞時間爲限制式條件，主要差別在於第一次破壞時間分別需具備90%的可靠度與其平均值滿足即可，以數學的角度觀察若1000次的隨機過程在第一次破壞時間機率題型限制式下需要有90%即是900次的第一次破壞時間在兩秒以上，而平均第一次破壞時間題型限制式只需要50%即是500次第一次破壞時間在兩秒以上即可，若以驗證的結果來看{3,7,11,15,19,23}破壞機率分別高於{4,8,12,16,20,24}也可以得知觀察二。

- 觀察三:以第一次破壞時間的平均值作爲限制式的條件最不嚴謹
  前段討論到平均第一次破壞時間題型限制式只需要50%即是1000之中只需500次第一次破壞時間在兩秒以上即可，這樣的限制式顯而易見最不嚴謹，在表6.2中可以發覺題型三的破壞機率{4,8,12,16,20,24}遠大於其餘兩種題型最佳解，故可以驗證並推論觀察三

- 觀察四:不同的隨機過程數目所求得可靠度結果相似
  以數學的觀點來說，100次及1000次隨機過程的平均值必須相同，爲了觀察隨機過程數目只有100次是否會造成影響，故將{1,2,3,4}與{5,6,7,8}及{13,14,15,16}與{17,18,19,20}做比較可以發現100次及1000次隨機過程的平均值機率相似但不同，可推論觀察四。

- 觀察五:解析解與蒙地卡羅法計算之可靠度結果相似
  在第五章第三節二所提出的解析解具以下步驟：
  - 首先有$\hat{\mathrm{P}}(\mu(t), \sigma^2(t))$關係後，即可以瞭解每一個時間點$\hat{\mathrm{P}}$的分佈狀況。
  - 在進行最佳化疊代的過程中，先求得系統每次所測試的壓力瓶構型會破壞所需要的壓力值P_{fail}。
  - 有了P_{fail}及不同時間點$\hat{\mathrm{P}}(t_i)$的分佈狀況就可以知道不同時間點的破壞機率$\mathrm{Prfail}(t_i)$。

依照上述步驟可以求得Prfail$(t_i), i = 1, 2, 3.....n$，即是每個時間的的破壞機率，依照機率的概念，可以知道不同限制式的破壞機率與其之間的關係:

$$\Pr[\text{壓力筒最大應力值} \leq \text{材料強度}] \geq 90\% = \frac{\sum_{i=1}^{n} \text{Prfail}(t_i)}{n} \tag{6.1}$$

$$\Pr[\text{壓力筒第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\% = \text{Prfail}(t_{(\frac{2}{2.5}n)}) \tag{6.2}$$

利用公式解所求得的答案在{9,10,11,12}及{21,22,23,24}，與蒙地卡羅法計算的機率相比較都相似，可推論觀察五。

6.2.2 材料用量改善率

在表6.3中可觀查到，在壓力瓶用料的部份則是大幅減少了至少44.4% 46.79%，能夠有如此的改善主因是上下半瓶構形趨近於圓形，能夠將應力值降低，故系統能縮小壁厚，所以材料用量能大幅的降低。

表 6.3: 原設計點與最佳解利用第一次破壞時間與破壞率計算之破壞率

機率解法	原設計點	最佳解一	最佳解二	最佳解三
實際體積（cm^3）	2.63x10^7	1.40x10^7	1.46x10^7	1.39x10^7
體積改善率		46.71%	44.45%	46.79%

6.2.3 應力值改善率

在表6.4中，可知壓力瓶最佳化的設計在230psi的壓力下，若使用ANSYS計算，最大應力的部份減少了31.3% 37.3%左右，若使用Kriging計算，最大應力的部份減少了15.85% 20.27%左右，而在焊接點部份的應力值若使用ANSYS計算反而上升119.04% 136.40%，使用Kriging計算上升124.27% 129.61%，不過即使焊接處應力大幅上升，焊接處的強度84.5Mpa，仍然在安全範圍之內，會造成焊接處應力上升的結果原因爲，最佳化的系統爲了使應力值滿足材質強度的限制式會使得壓力瓶趨近於圓形，以減少應力分佈的狀況，可是目標函數是降低材料用量，所以系統一定會將厚度大幅減少，如此一來應力值會因爲瓶壁變薄而上升，所以可以看到壓力瓶的應力值改變狀況不佳，甚至會更差，但材料用量卻可以大幅的縮減。

表 6.4: 壓力瓶在230psi壓力下應力值改善率

	原設計點	最佳解一	最佳解二	最佳解三
最大應力(MPa)使用ANSYS計算	165.13	112.67改善31.7%	103.54改善37.3%	113.43改善31.3%
最大應力(MPa)使用Kriging計算	165.17	131.67改善20.27%	135.25改善17.94%	138.98改善15.85%
焊接處應力(MPa)使用ANSYS計算	18.91	44.704改善136.40%	41.677改善120.39%	41.421改善.119.04%
焊接處應力(MPa)使用Kriging計算	18.72	43.01改善129.61%	42.32改善125.96%	42.01改善124.27%

6.2.4 影響限制式最主要的因素

在上述的表格中，觀測到影響限制式最主要的因素有下列數項:

- 1. 壓力瓶圓徑：

  日常生活中的經驗可知，很多的儲槽，都是使用圓瓶，希望能承受當儲巢受到陽光照射產生的熱脹冷縮造成的壓力，在壓力瓶的最佳化中，如是，系統最後爲了使強度滿足需求，使壓力瓶構形趨近於圓形，以增加耐壓的特性，那麼爲什麼不在開始即使用圓形瓶，原因是圓瓶的寬度較寬，而一般放置壓力瓶的水巢空間，有寬度上的限制，所以廠商希望在滿足空間限制的要求上，能夠找到一組最佳解。

- 2.壓力瓶壁厚：

  材料用量與壁厚之間關係重大，現階段材料用量多的原因乃是因瓶壁非常厚，而單純的將瓶壁打薄的確用料會大幅下降，可是應力值會急速上升，所以必須改變壓力瓶構形，期能承受更高的壓力，在本研究中，因爲成功以外形造成應力值下降，所以能將壁厚大幅的降低。

- 3.外徑與高度之比例：

  在最佳化的過程中，也觀測到改變外徑與高度之比例，也能夠稍稍的增加壓力瓶耐壓，也就是外觀是比較寬或是比較瘦長，因爲在觀察疊代的過程中，發現如果系統在壁厚及圓徑上沒有任何的改變，單單只改變寬高比例，可靠

度會有所差異，而這個差異已經大於隨機過程的差異性所造成的誤差，所以可以明確的判斷寬高之間的比例，對系統也有影響。

6.2.5 三種題型中最佳解題模式

在現今業界的商業導向中，可以明顯的發覺廠商所在乎的是商品本身的耐用性必須高於保固期的期限 [50]，才能增加消費者信心與降低維修成本，所以第一種題型所計算的在整個時間軸上有多少點會跨越破壞臨界值的比率，這樣的架構並不實用，因爲物件一旦破壞就是壞了，所以以第一次破壞時間點來詮釋的解題架構，比較符合需求。

接著以第二種及第三種題型來比較，第三種題型以第一次破壞時間的平均值來計算，在統計學的理論中可以知道平均值雖然是一個非常具有代表性的數值，但是容易被極值所影響，反而造成失眞的狀況，所以以第一次破壞時間大於某個時間點的機率必須要在百分之九十以上之題型所求出的最佳解，應用性及代表性最好。

$$
\begin{aligned}
& \min \text{壓力筒材料用量} \\
\text{s.t.} \quad & P_r[\text{壓力筒第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\% \\
& P_r[\text{焊接處第一次破壞時間} \geq 2\text{秒}] \geq 90\% \\
& \text{壓力是隨機過程同時焊接強度是隨機變數}
\end{aligned}
$$

6.3 研究改進方向

而本次的研究中，可以改進的地方如下:

- 取樣範圍的選擇

  理論上取樣的範圍應該比最佳化各個參數的上下限來的大，但是實際上本次研究取樣的範圍卻是比各個參數的上下限來的小一些些，如此一來這些取樣的範圍沒有包含的區域，當系統在預測的時候就變成是用外插法預測，預測結果的誤差會比較大 [51]，而本研究最佳化的結果就剛好落在這些區域附近，這也會造成相當的誤差。

- 模型失眞的問題

  在實際狀況中，壓力瓶會破壞的地方是在焊接點的部分，可是當kriging反應曲面取樣的時候是採用ANSYS 的模擬分析，可能因爲建立出來的3D模型與實際上有差異，所以ANSYS所計算出來的焊接點應力與實際狀況有所不同，但是也因爲焊接處是採用摩擦焊接的方式，所以焊接點的實際模型相當相當的複雜，並無法實際的畫出3D的模型，所以焊接點的模擬有些失眞。

- 收斂性的問題

  本次系統並無法準確的找出可靠度是0.9的設計點。現有的最佳點可靠度是0.91左右，因爲目標函數是降低材料用量，瓶壁越薄則用量越少，但會造成可靠度下降，也就是說準確的找出可靠度是0.9的點就是材料用量最少的點，這樣看來，收斂的結果似乎不夠完美，主因在計算可靠度的部份，是大量執行蒙地卡羅取樣法再取平均值，每次取樣隨機過程的差異性變動是造成可靠度的數值在幾何構型相同的狀況下，每次計算的結果都不盡相同的主因，必須採取多達數十萬甚至上百萬的取樣，結果的穩定性才會比較高，但執行這麼多次的取樣，又會造成最佳化的效率低落，反倒是違背本實驗研究架構的意義，因爲計算出來的可靠度收斂性不好，則系統在判斷最佳化的走向也會產生混亂，所以最佳化的結果並無法收斂到可靠度0.9，另外一個因素是scaling的問題 [30]，每個參數之間的scale差異性太大的話，系統無法精確的預測scale較小的變數，也就是每次系統最佳化的步長遠大於，scale較小的參數必須變動的範圍，所以無法再找到更加精確的點。

此外本次研究中，系統爲了找尋材料用量最少的設計點勢必將厚度往下限推，在臨界值附近時，因爲相同構型下每次可靠度疊代的結果不盡相同，有時滿足限制式有時不滿足，只要用料最少的點，可靠度會因爲隨機過程的誤差計算出現幾次滿足限制式的結果，答案就收斂，可是實際上的可靠度或許會比90%來的小一些，只因過程中計算出來的可靠度，在隨機過程的誤差下，剛好壓力值是比較小，則可靠度比較高，才滿足限制式的要求，故保守的將厚度稍微增加，才能眞正的滿足限制式的要求。

第 七 章　討論與建議

7.1　本研究之貢獻

在本次研究中，成功的利用可靠度最佳化的概念解決壓力瓶工程實例，也成功的解決了數項應用的問題，說明如下：

- 第一點：利用kriging反應曲面解決可靠度最佳化問題

  工程實例的最佳化問題，都會遭遇模型過於複雜導致最佳化效率低落的問題，故本研究使用kriging反應曲面應用於可靠度最佳化的過程中，試圖增加可靠度最佳化的效率，若以原始ANSYS模型進行可靠度最佳化，則計算一個樣本點需要數十分鐘的時間，在一次隨機過程中必須取100個樣本點，再取1000次隨機過程的平均值來計算可靠度且又必須經過數十次的疊代過程，那麼完成整個可靠度最佳化的流程勢必得花上數年的時間，甚至沒有電腦能夠負荷這樣的計算，但是利用kriging反應曲面來求取最佳解只需耗費約30 40個小時，大幅增加可靠度最佳化的效率，而第六章實驗結果的比較也證實是可行的。

- 第二點：將不確定因素帶入可靠度最佳化問題當中

  可靠度最佳化的問題當中，一般並不探討不確定因素，但是實際的工程範例往往受到不確定因素的影響，故本研究試圖將不確定因素帶入可靠度最佳化的問題當中，以增加最佳化結果的可信度，在研究資料中也證實這樣的應用是可行的，本論文中也提及數種描述不確定因素的模型，應用者可以根據不同的實際案例選擇適當的模型，來解決與不確定因素有關的可靠度最佳化問題。

- 第三點：解決動態系統的可靠度最佳化問題

  可靠度最佳化的問題，大都應用於靜態系統，鮮少應用於動態系統當中，但是大部分的工程範例幾乎都與時間有關，故本研究提出以馬可夫鏈來模擬動態的不確定因素，並且同時提出數種隨機過程的模型，使用者可以根據不同的工程範例選擇適當的動態模型，此外動態系統最困難的部份莫過於可靠度

的計算，在本研究中也提出了以破壞率及第一次破壞時間的概念結合馬可夫鏈及蒙地卡羅法來解決可靠度計算的問題，並且驗證了蒙地卡羅法及解析解兩者之間答案的誤差及比較，成功的解決了動態系統的可靠度最佳化問題。

- 第四點：提出本研究架構的注意事項及比較

  在本次研究過程中，發現了數項必須避免的事情，這些建議的事項都將於下一小節說明，若同一領域的研究者欲使用本研究架構來解決工程上的問題，藉由這些建議事項便可以避免許多的錯誤，直接使用，大大的增加了本研究架構的應用性，此外本文對於最佳化結果也有深入的比較，可以使研究者明瞭本研究架構的優缺點，進而學習優點並且可以避免缺點，進行更深入的探討。

7.2 建議事項

在本次可靠度最佳化研究中，採用了kriging 反應曲面、隨機過程及隨機變數等概念，希望能增加最佳化的效率、模擬不確因素並增加動態系統的概念，而本次研究的結果也證實了這樣概念是可進行分析，也的確產生了很大的幫助，但是在研究過程中，也發現幾件須注意的事項，藉此可避免，該研究架構的缺失或人爲疏忽。

- 第一點，使用ANSYS分析軟體，求取樣本點，將各個欲輸入軟體的數值進行單位換算時候，務必謹慎，因爲一旦有錯誤數值，那求取來的樣本點，結果必定錯誤。
- 第二點，使用ANSYS分析軟體，求取樣本點，樣本數務必越高越好，才能降低所求得之反應曲面誤差。
- 第三點，當求取kriging反應曲面的參數，必需進行一次最佳化的過程，在求取過程中必須遵循幾點原則：
  - 必須要是正數。
  - 不能太小或者爲0致使矩陣變成奇異矩陣。

- 將各個變數之間做scale的轉換，務必轉換在在同一個大小區間內，在本研究中是將各個變數數值轉換成1 10區間內，不將其變換至0 10是因爲可能會有差距倍數非常大的數目產生例如0.001與7.5如此一來做scale的轉換就沒有意義。
- 若某些設計變數非常靈敏，些微的變化會導致目標函數的大改變，此時若最佳化的步長過大，便無法察覺到此一現象，解決的方案就是將該變數的scale放大至100 1000或是1000 10000，如此一來將該變數的區間切成更多等份，系統便可以更精準的找出最佳點。

- 第四點，在計算可靠度的過程中，是將2.5秒切割成100個等分點，計算有少個等分點破壞或是其第一次破壞時間的數值，但是一個隨機過程並不具有代表性，所以必須求取數百次隨機過程可靠度的平均值，因爲隨機過程的變化大，所以可靠度求取的結果每次都稍有差距，爲了避免此一現象，方法就是增加隨機過程的數目，讓可靠度平均值穩定。

- 第五點，最佳化的過程中，最好使用具有選擇不同起始點的最佳化程式，這樣可以避免只找到區域極值的問題。

- 第六點，可靠度最佳化的結果有可能因爲在計算目標函數值時，是連續出現隨機過程中比較理想的狀態造成限制式可靠度計算結果較高，故系統得以收斂，但是此一最佳化結果實際可靠度可能略低一些，爲了避免此一狀況，使用可靠度最佳化必須增加限制式的困難度，使得最佳化的結果較爲保守，如此一來在不確定因素的影響下必定是個可靠的解答。

- 第七點，最終最佳化的結果可以利用原系統模型進行驗證，觀察與反應曲面之間的差異，也可以確保結果的正確性。

7.3 未來研究方向

如欲延伸問題的應用性及發展性，在往後可以朝不同方向進行研究。

- 第一點，可以採用不同的近似方法來求取可靠度 [52]例如一階可靠度（FORM）的概念，以降低蒙地卡羅法的誤差所造成的收斂性問題及大量計算所造成解題效率的低落，
- 第二點，可以朝不同的隨機過程及隨機變數來研究 [53]，而非只採用高斯分佈及馬可夫鏈，自然現象，可以說是包羅萬象，要準確的描述不確定因素所造成的隨機現象，不是單單只用高斯分佈及馬可夫鏈就可一言道盡，最好的架構必須能根據不同的自然現象提出不同的數學模型，再進行最佳化分析。
- 第三個，降低kriging反應曲面的誤差，這可以朝兩個方向進行，
  - 第一是增加kriging反應曲面的取樣數，取樣數越多，每個預測點離樣本點的距離就越近預測就會越準確。
  - 第二是kriging反應曲面參數取得還有不同的方法，不同參數會導致不一樣的反應曲面這都是值得研究的地方。
- 第四個，可以使用不同反應曲面的原理 [54,55]來進行最佳化，不同的反應曲面，各有其優缺點，最佳化的結果勢必不同。

參 考 文 獻

[1] 葉基光. 工業污染之成因與防治. 徐氏出版社, 1987.

[2] 顧德生. 喝乾淨的水, 你知道如何產生嗎?-RO 逆滲透解析. 科技博物, 1(1):116, 1999-2008.

[3] China Ningbo Cixi Imp. & Exp. Corp. January 2008.

[4] 黃雅勝. 單管中水錘現象實驗與數值分析. 碩士論文–國立成功大學水利及海洋工程研究所, 1995.

[5] 鄭榮和. 管線經年劣化之安全評估=Safety assessment of degrading pipeline, 國立台灣大學機械工程學研究所計畫研究. 行政院勞工委員會勞工安全衛生研究所, *IOSH*勞工安全衛生研究報告, 2002.

[6] J. Arora. *Introduction to optimum design*. Elsevier, IOWA, USA, 2004.

[7] D. Wehrwein and Z. Mouraelatos. Reliability based design optimization of dynamic vehicle performance using bond graphs and time dependent metamodels. *SAE Paper*, 2006-01-0109, 2006.

[8] A. Bowling, J. Renaud, J. Newkirk, and N. Patel. Reliability-based design optimization of robotic system dynamic performance. *Journal of Mechanical Design*, 129(4):449–454, 2007.

[9] M. Ba-abbad, E. Nikolaidis, and R. Kapania. New approach for system reliability-based design optimization. *AIAA*, 44(5):1087–1096, 1999-2008.

[10] N. Kuschel and R. Rackeitz. Optiml design under time-variant reliability constraints. *Structural Safety*, 22:113–127, 2000.

[11] D. Wehrwein and Z. Mourelatos. Optimal engine torque management for reducing driveline clunk using time-depent metamodels. *SAE Paper*, 2007-01-2236, 2007.

[12] B. Minasny and A. McBratney. A conditioned latin hypercube mmethod for sampling in the presence of ancillary information. *Computers and Geosciences*, 32(9):378–388, 2006.

[13] R. Stocki. A method to improve design reliability using optimal latin hypercube sampling. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, 12(4):393–411, 2005.

[14] 潘浙楠. 反應曲面方法在改善產品及製程品質上之研究. 成功大學統計學系暨研究所, 2002.

[15] 陳信吉. *ANSYS*入門. 全華出版社, 2007.

[16] 褚晴暉 劉晉奇. 有限元素分析與*ANSYS*的工程應用. 滄海書局, 2006.

[17] 蔡國忠. *ANSYS7.0* 拉伸式入門. 全華出版社, 2003.

[18] W. Chen, J. Allen, D. Schrage, and F. Mistree. Statistical experimentation methods for achieving affordable concurrent system design. *AIAA*, 35(5):893–900, 1997.

[19] G. Wang and S. Shan. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization. *Journal of Mechanical Design*, 129:370–379, 2007.

[20] D. Montgomery. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, New Jersey,U.S.A., 2005.

[21] S. Haykin. *Neural Networks, a Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, New Jersey,U.S.A., 1998.

[22] T. Simpson, A. Booker, D. Ghosh, A. Ginuta, P. Koch, and R. Yang. Approximation method in multidisciplinary analysis and optimization- a panel discussion. *Struct Multidisc Optim*, 27:302–313, 2004.

[23] J. Sondergaard, S. Lophaven, and H. Nielsen. Dace, a matlab kriging toolbox. *Technical University of Denmark Technical report*, IMM-TR-2002-12, 2002.

[24] T. Simpson, J. Peplinski, P. Koch, and J. Allen. Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations. *Engineering with Computers*, 17:129–150, 2001.

[25] S. Gano, J. Renaud, J. Martin, and T. Simpson. Update strategies for kriging models used in variable fidelity optimization. *Struct Multidisc Optim*, 32:287–298, 2006.

[26] J. Park, P. Oh, and H. Lim. The application of the cfd and kriging method to an optimization of heat sink. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:3439—3447, 2006.

[27] S. Sakata, F. Ashida, and M. Zako. Eigenfrequency optimization of stiffened plate using kriging estimation. *Computational Mechanics*, 31:409–418, 2003.

[28] K. Lee and G. Park. A global robust optimization using kriging based approximation model. *JSME International Journal*, 49(3):779–788, 2006.

[29] S. Schiller, J. Sacks, and W. Welch. Design for computer eperiments. *American Statistical Association and the American Society for Quality Control*, 31(1):41–47, 1989.

[30] P. Papalambros and D. Wilde. *Principles of Optimal Design*. Cambridge University Press, New York,U.S.A., 2000.

[31] T. Simpson, T. Mauery, J. Korte, and F. Mistree. Kriging models for global approximation in simulation based multidisciplinary design optimization. *AIAA*, 39(12):2233–2241, 2001.

[32] J. Martin. Using maximum likelihood estimation to estimate kriging model parameters. In *Proceedings of the ASME International Design Engineering TechnicalConferences*, September 2007. DETC2007-34662.

[33] G. Jost, G. Heuvelink, and A. Papritz. Analysis the space-time distribution of soil water storage of a forest ecosystem using saptio- temporal kriging. *Geoderma*, 28:258–273, 2005.

[34] K. Irfan. Application of kriging method to structural reliability problems. *Structural Safety*, 27(2):133–151, 2005.

[35] D. Montgomery. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons,Inc., New York,U.S.A., 2005.

[36] S. Carlos, S. Martorell, and A. Sanchez. A tolerance interval based approach to address uncertainty for rams+c optimization. *Reliability Engineering and System Safety*, 92:408–422, 2007.

[37] W. Meeker and L. Escobar. *Statistical Methods for Reliability Data*. John Wiley and Sons,Inc., New Jersey,U.S.A., 1998.

[38] C. Reimann and P. Filzmoser. Normal and lognormal data distribution in geochemistry: Death of a myth. consequences for the statistical treatment of geochemical and environmental data. *Environmental Geology*, 39(9):1001–1014, 2000.

[39] D. Fabiani and L. Simoni. Discussion on application of the weibull distribution to electrical breakdown of insulating materials. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 12(1):11–16, 2005.

[40] G. Gu and W. Zhou. Statistical properties of daily ensemble variables in the chinese stock markets. *Statistical Mechanics and its Applications*, 383(2):497–506, 200.

[41] L. Colangelo and J. Patel. Prediction intervals based on ranges and waiting times for an exponential distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 41(3):469–472, 1992.

[42] R. Melchers. *Structural,reliability analysis and prediction*. J Ellis Horwood Limited, Chichester, England, 1987.

[43] P. Reimann and P. Hanggi. Introduction to the physics of brownian motions. *Materials Science and Processing*, 75(2):169–178, 2002.

[44] F. Postali and P. Picchetti. Geometric brownian motion and structural breaks in oil prices: A quantitative analysis. *Energy Economics*, 28(4):506–522, 2006.

[45] K. Alam. Peak rate of occurrence of a poisson process. *Naval Research Logistics Quarterly*, 20(2):269–275, 1973.

[46] J. Tsay and C. Tsao. Statistical gambler's ruin problem. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 32(7):1337–1359, 2003.

[47] D. Mukhopadmyay, P. Sarkar, and A. Sarna. Application of markov chain in traffic folw forecasting. *Indian Highways*, 15(3):14–28, 1987.

[48] B. Berg. *Markov Chain Monte Carlo Simulations and Their Statistical Analysis.* World Scientific Publishing Inc., New Jersey,U.S.A., 2004.

[49] R. Karandikar. On the markov chain monte carlo (mcmc) method. *Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences*, 31(2):81–104, 2006.

[50] S. Sheu and Y. Chien. Optimal burn-in time to minimize the cost for general repairable products sold under warranty. *European Journal of Operational Research*, 163(2):445–461, 2005.

[51] D. Jones. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of Global Optimization*, 21:345–383, 2001.

[52] J. Li and Z. Mourelatos. Relability estimation for time-dependent problems using a niching genetic algorithm. In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences*, September 2007. DETC2007-34865.

[53] A. Halar and S. Mahadevan. *Probability, Reliability and Statistical Method in Engineering Design.* John Wiley and Sons, New York,U.S.A., 2000.

[54] S. Gupta and C. Manohar. S improved response surface method for time-variant reliability analysis of nonlinear random structure under non-stationary excitations. *Nonlinear Dynamics*, 36:267–280, 2004.

[55] V. Joseph, Y. Hung, and A.Sudjianto. Blind kriging:a new method for developing metamodels. *Journal of Mechanical Design*, 130(3-01102), 2008.

自　　傳

姓名：劉智豪

籍貫：台中縣

出生日期：民國70年6月13日

學經歷：

- 國立台中第一高級中學 (86.9～88.6)
- 國立交通大學機械工程學系畢業 (88.9～92.6)
- 國立成功大學機械工程學系碩士班畢業 (95.9～97.6)

通訊處：427台中縣潭子鄉潭子街一段六十六號

聯絡電話：(04)-25368975